

تجميع

أ/إسلام يوسف

ESLAM ACADEMY

ESLAM ACADEMY





الفهرس

الوحدة الأولى

الاعداد والجبر

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

www.eslamacademy.com

الضرب المتكرر في ن

- $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \cdots \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ حيث مكرر كعامل ن من المرات
- $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$
- $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{صفر}} = ١$ حيث : أ $\neq$ صفر

مثال: أوجد فى أبسط صورة

١) $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٣} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٤}$

....

....

....

٢) $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{٣} \times \frac{٢٥}{٢٧}$

....

....

....

٣) $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} \div \left(-\frac{٢}{٩}\right)^{٢}$

....

....

....

٤) $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \div \left[٨ \times \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \frac{٣}{٤}\right]$

....

....

....

مثال:

٥) إذا كانت: أ = $-\frac{١}{٢}$ ، ب = ٢ ، جـ = $\frac{٣}{٤}$ أوجد القيمة العددية للمقدار: أ^{٣} ب^{٢} + ب^{٢} جـ - ٨ أ ب جـ

....

....

....

....

أكمل ما يأتى

٦) $٦\frac{١}{٤} = (\cdots\cdots)^{٢}$

....

....

....

....

٧) $٣\frac{٣}{٨} = (\cdots\cdots)^{٣}$

....

....

....

....

٨) $(-\frac{٢}{٥})^{٢} \times (-\frac{٥}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٥})^{صفر} = \cdots\cdots$

....

....

....

....

٩) $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (-\frac{١}{٢})^{٣} \div (-\frac{١}{٢})^{٤} = \cdots\cdots$

....

....

....

....

القوى الصحيحة غير السالبة

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً ، ن ، م عددين صحيحين غير سالبين فإن :

- $(\frac{أ}{ب})^{ن} \times (\frac{أ}{ب})^{م} = (\frac{أ}{ب})^{ن+م}$ " عند ضرب الأساسات المتحدة نجمع الأسس "
- $(\frac{أ}{ب})^{ن} \div (\frac{أ}{ب})^{م} = (\frac{أ}{ب})^{ن-م}$ " عند قسمة الأساسات المتحدة نطـرح الأسس "
- $((\frac{أ}{ب})^{ن})^{م} = (\frac{أ}{ب})^{ن \times م}$
- $(\frac{س}{ص} \times \frac{حـ}{ء})^{ن} = (\frac{س}{ص})^{ن} \times (\frac{حـ}{ء})^{ن}$
- $(\frac{س}{ص} \div \frac{حـ}{ء})^{ن} = (\frac{س}{ص})^{ن} \div (\frac{حـ}{ء})^{ن}$ حيث $\frac{حـ}{ء} \neq$ صفر

مثال: أوجد فى أبسط صورة

١) $(\frac{٣}{٢})^{٢} \times \frac{٣}{٢} \times (\frac{٣}{٢})^{٣}$

....

....

٢) $(\frac{٣}{٥})^{٥} \times (\frac{٣}{٥})^{٤} \div (\frac{٣}{٥})^{٧}$

....

....

٣) $(-\frac{١}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٢})^{٥}$

....

....

٤) $[\frac{س ص}{ع}]^{٢}$

....

....

٥) $\left(\frac{س^{٢} ص^{٢}}{ع^{٣} ل^{٤}}\right)^{٢}$ ٦) $\left(\frac{٥^{٢} \times ٥^{٤}}{٥^{٥}}\right)^{٢}$

....

....

مثال: إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة

٧) $س^{٩} ص^{١٠}$ ٨) $س^{١٢} ص^{١٠}$

....

....

مثال:

٩) إذا كان $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \times س = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧}$ أوجد قيمة س ١٠) أثبت أن $٥^{٢٠} + ٥^{٢١}$ يقبل القسمة على ٦

....

....

....

....

تمارين

أكمل ما يأتى

١) $(\frac{١}{٥})^{٣} \times (\frac{١}{٥})^{٢} = \dots\dots$

٢) $(\frac{١}{٢})^{٦} \div (\frac{١}{٢})^{٣} = \dots\dots$

٣) $(-\frac{٣}{٤})^{٣} \times (-\frac{٣}{٤})^{٥} \div (\frac{٣}{٤})^{٦} = \dots\dots$

٤) $((\frac{٢}{٣})^{٢})^{٤} = \dots\dots$

٥) $((-٢\frac{١}{٢})^{٢})^{٢} = \dots\dots$

أحسب قيمة كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :-

٦) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٧}}$

٧) $\frac{٥^{٤} \times ٥^{٦}}{٥^{٢} \times ٥^{٥}}$

٨) $\frac{(-٣)^{٤} \times ٣^{٤}}{(-٣)^{٦}}$

٩) $\frac{٥^{١٢}}{٥^{٤} \times ٥^{٥}}$

١٠) $\frac{س^{٤} \times ص^{٣} \times س^{٥}}{س^{٦} \times ص^{٢}}$

١١) $\frac{س ص^{٢} \times س^{٢} ص}{س^{٢} ص^{٢}}$

ضع على صورة $(\frac{س}{ص})^{ن}$

١٢) $٣\frac{٣}{٨}$

١٣) $١\frac{٩}{١٦}$

١٤) $٢\frac{٧}{٩}$

١٥) $٢\frac{١٠}{٢٧}$

أوجد فى أبسط صورة

١٦) إذا كانت : $س = -\frac{١}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{٤}$ ، $ع = ٤$ فإن $(س + ص)^{٣} \times ع^{٣} = \dots\dots$

١٧) إذا كانت : $س = \frac{١}{٢}$، $ص = -\frac{٣}{٤}$ ، $ع = \frac{٣}{٢}$ فاوجد $(س^{٢} ع \div ص)^{٢}$

القوى الصحيحة السالبة

- إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر، ن عدداً صحيحاً موجباً

  فإن : $\text{س}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{س}^{\text{ن}}}$ ، $\text{س}^{\text{ن}} = \frac{١}{\text{س}^{-\text{ن}}}$

- $\text{أ}^{\text{ن}} \times \text{أ}^{-\text{ن}} = \text{أ}^{\text{ن}-\text{ن}} = \text{أ}^{\text{صفر}} = ١$ أى أن $\text{أ}^{\text{ن}}$ ، $\text{أ}^{-\text{ن}}$ هو المعكوس الضربى للآخر

- $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{-\text{ن}} = \left(\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right)^{\text{ن}}$

مثال: أوجد قيمة

١) $\frac{٥^{-٢} \times ٥^{٨}}{٥^{٤}}$

....

....

....

٢) $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٤} \div \left(١\frac{٢}{٣}\right)^{-٧}$

....

....

....

٣) $\left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٦} \div \left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٤}$

....

....

....

٤) $\left[\frac{٥^{٣} \times ٥^{-٢}}{٥^{-١} \times ٥^{٤}}\right]^{-٢}$

....

....

....

مثال: أكمل ما يأتى

٥) $(\frac{١}{٥})^{-٢} = \cdots\cdots$

٦) $(٣^{-٢})^{-١} = \cdots\cdots$

٧) $س^{-٢}\,(س^{٢} + س^{-١}) = \cdots\cdots$

٨) $س^{٥} \times س^{-٣} \times س^{-٢} = \cdots\cdots$

٩) $(ص^{٥} \times ص^{-٢})^{٣} = \cdots\cdots$

١٠) $(س^{٢})^{-٣} \div (س^{-١})^{٢} = \cdots\cdots$



تمارين

أكمل ما يأتي :

١) $٥ س^{صفر} = ...$

٢) $(٥ س)^{صفر} = ...$

٣) $\frac{٢٧}{٨} = (....)^{٣}$

٤) $-\frac{٦٤}{١٢٥} = (....)^{٣}$

٥) $١٥\frac{٥}{٨} = (....)^{٣}$

٦) $٠.٤٩ = (....)^{٢}$

٧) إذا كان : $\frac{س}{ص} = -\frac{٢}{٥}$ فإن $(\frac{س}{ص})^{٣} = ...$

٨) إذا كان : س = − ٣ ، ص = − ٥ فإن : $(\frac{س}{ص})^{٢} = ...$

٩) إذا كان س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٢}{٣}$ فإن : $س^{٢} ص^{٢} = ...$

١٠) $(٢)^{-٣} + ١ = ...$

١١) (١١) $(٣ س^{-١})^{٢} = ...$

١٢) $(\frac{١}{٢})^{٢} + ٢^{صفر} - (٢)^{-٢} = ...$

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١٣) $(\frac{١}{٢})^{صفر} + \frac{١}{٤} = ...$

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{١}{٦}$

١٤) المعكوس الضربى للعدد $(\frac{٢}{٥})^{صفر} = ...$

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $-\frac{٢}{٥}$ (ج) ١ (د) $\frac{٥}{٢}$

١٥) المعكوس الضربى للعدد $(-١)^{٢} = ...$

(أ) $(-١)^{٣}$ (ب) $(-١)^{٢}$ (ج) $١^{٣}$ (د) $١^{٢}$

١٦) المعكوس الجمعي للعدد $(-٣)^{صفر}$ = ...

أ) ١ ب) -١ ج) ٣ د) $٣^{صفر}$

١٧) المعكوس الجمعي للعدد $(-\frac{٢}{٥})^{٢}$ = ...

أ) $\frac{٤}{٢٥}$ ب) $-\frac{٤}{٢٥}$ ج) $\frac{٢٥}{٤}$ د) $-\frac{٢٥}{٤}$

١٨) إذا كان : س = ص فإن : $(\frac{٣}{٧})^{س-ص}$ = ...

أ) $\frac{٣}{٧}$ ب) $\frac{٧}{٣}$ ج) ١ د) صفر

١٩) إذا كان : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = ٣ فإن : $س^{ص}$ = ...

أ) $\frac{١}{٨}$ ب) $-\frac{١}{٨}$ ج) $\frac{١}{٦}$ د) $-\frac{١}{٦}$

٢٠) إذا كان : س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٨}$ فإن : $س^{٣}$ + ص = ...

أ) ١ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{٨}$

٢١) $٥^{٢} + ٥^{٢}$ = ...

أ) $١٠^{٢}$ ب) $١٠^{٤}$ ج) $٥^{٤}$ د) ٥٠

٢٢) $٣^{١٠} + ٣^{١٠} + ٣^{١٠}$ = ...

أ) $٣^{١٠}$ ب) $٣^{٣٠}$ ج) $٩^{١٠}$ د) $٣^{١١}$

٢٣) ثلث العدد $٣^{١٠}$ = ...

أ) $٣^{١٠}$ ب) $٣^{٩}$ ج) $٩^{٥}$ د) $٣^{١١}$

٢٤) إذا كان : أ = $٧^{س}$ ، ب = $٧^{-س}$ فإن : أ × ب = ...

أ) $٧^{٢س}$ ب) $٤٩^{٢س}$ ج) صفر د) ١

٢٥) إذا كان : $\text{أ}^{\text{س}} = ٢$ ، $\text{أ}^{-\text{ص}} = ٣$ فإن : $\text{أ}^{\text{س} - \text{ص}} = \cdots\cdots$

(أ) ٦ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) -١ (د) ١

٢٦) إذا كان : $\text{س} \, \text{ص}^{-١} = \frac{١}{٢}$ فإن : $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \cdots\cdots$

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $-\frac{١}{٢}$ (ج) ٢ (د) ١

أحسب كلاً مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

٢٧) $(٠.٦)^{٢}$

٢٨) $(١ - ١\frac{٢}{٣})^{٢}$

٢٩) $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٢})^{٣}$

٣٠) $\left(\frac{٤^{-٣} \times ٣}{٤^{-٤}}\right)^{-٢}$

٣١) $\frac{٢^{٦} \times ٢}{٢^{٣} \times ٢^{٤}}$

٣٢) $\frac{(-٢)^{٦} \times ٢^{٤}}{(-٢)^{٣} \times ٢^{٢}}$

٣٣) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٦}}$

٣٤) $\left[(\frac{١}{٢})^{٤} + (-\frac{٤}{٣})^{٢} \right] \times (-١\frac{٣}{٥})$

٣٥) $\frac{٥^{-٧} \times ٥^{٣}}{٥^{-٦}}$

٣٦) $(\frac{٤}{٥})^{٨} \div (\frac{٤}{٥})^{٦} \times \frac{٤}{٥}$

٣٧) $\frac{(٤ \, \text{س}^{٢} \, \text{ص}^{٣})^{٧}}{(٢ \, \text{س} \, \text{ص}^{٢})^{٧}}$

٣٨) إذا كان : $\text{س} = -\frac{٣}{٢}$ ، $\text{ص} = -\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة : $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٣}$

٣٩) إذا كان : $\text{س} = \frac{٢}{٣}$ ، $\text{ص} = -\frac{٤}{٣}$ أوجد قيمة : $|\text{س}^{٣} + \text{ص}^{٣}|$

٤٠) أوجد مساحة المربع الذى طول ضلعه $\frac{٣ \, \text{س}}{٥}$ سم

٤١) أوجد حجم المكعب الذى طول حرفه $\frac{٤ \, \text{ص}}{٧}$ سم

٤٢) إذا كان : $\text{س} = \frac{٩}{٢}$ ، $\text{ص} = \frac{٣}{٢}$ أثبت أن : $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{٢} \div ٣ \, (\frac{\text{ص}}{\text{س}})^{٢} = ٢٧$

٤٣) إذا كان : $\text{س} = \frac{١}{٥}$ ، $\text{ص} = ٥$ أوجد قيمة : $\text{س}^{١٥} \, \text{ص}^{١٤}$

الصورة القياسية للعدد النسبي

- **الصورة القياسية للعدد :**

هى طريقة تسهل التعامل مع الأعداد الكبيرة جداً أو الأعداد الصغيرة جداً و تساعد فى إجراء العمليات الحسابية لهذه الأعداد

وهذه الصورة هى : $أ \times ١٠^{ن}$ ، $١ \leqslant |أ| \leqslant ١٠$ ، $ن \in ص$

مثال: أكتب العدد على الصورة القياسية

١) ٧٣٠٠٠٠٠٠٠٠

....

....

٢) ٥٢٠٠٠٠٠٠٠

....

....

٣) ٠,٠٠٠٠٠٠٠٤٦

....

....

٤) ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠١٢

....

....

٥) ٠,٠٠٠٠٠٠١٣٥

....

....

٦) ٥٦×١٠^{٧}

....

....

٧) ٢٥×١٠^{٥}

....

....

٨) $٠,٣٤٥ \times ١٠^{-٥}$

....

....

مثال: أوجد الناتج على الصورة القياسية :

٩) $(٦٫٦ \times ١٠^{٨}) \times (٣^{٢} \times ١٠^{٣})$

....

....

....

....

١٠) $(٤٫٨ \times ١٠^{١١}) \div (١٫٦ \times ١٠^{-٥})$

....

....

....

....

١١) $(٢٠٠٠٠٠٠) \times (٦٠٠٠٠)$

....

....

....

....

١٢) $(١٥٠٠٠٠٠) \times (٠٫٠٠٥)$

....

....

....

....

١٣) $(٤٠٠٠٠)^{٣}$

....

....

....

تمارين

أكتب الأعداد الآتية فى الصورة القياسية :

١) ٩٧٠٠٠٠٠٠٠٠

٢) ٦ مليون

٣) ٠.٠٠٠٠٠٠٠٠١٣٤

٤) ٣٣.٤×١٠^{٤}

٥) ٧٠٣.٥×١٠^{-٩}

٦) ٧٨×١٠^{-٧}

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

٧) ٣.٠٤×١٠^{٧} = ...

(أ) ٣٤٠٠٠٠٠٠ (ب) ٣٠٤٠٠٠٠٠ (ج) ٣٠٤٠٠٠٠٠٠ (د) ٣٤٠٠٠٠٠

٨) ٥.٣٧×١٠^{-٤} = ...

(أ) ٠.٠٠٠٥٣٤ (ب) ٠.٠٠٠٠٥٣٧ (ج) ٥٣٧٠٠ (د) ٠.٠٠٠٠٠٥٣٧

٩) إذا كان : ٠.٠٠٨٩ = ٨.٩ × ص فإن : ص = ...

(أ) $١٠^{-١}$ (ب) $١٠^{-٣}$ (ج) $١٠^{-٤}$ (د) $١٠^{٤}$

١٠) إذا كان : ٠.٠٠٥٠٣ = س × $١٠^{-٥}$ فإن : س = ...

(أ) ٥٠٣ (ب) ٥.٠٣ (ج) ٥٠.٣ (د) ٠.٥٠٣

١١) ٦٠٠٠ × ٥٠ = ...

(أ) ٣٠٠×١٠^{٢} (ب) ٣٠×١٠^{٥} (ج) ٣×١٠^{٥} (د) ٣٠×١٠^{٣}

١٢) ٩٠٠ × ٤٥ = ...

(أ) ٤.٠٥×١٠^{٢} (ب) ٤.٠٥×١٠^{٣} (ج) ٤.٠٥×١٠ (د) ٤٥×١٠^{٢}

١٣) نصف البليون = ...

(أ) ٥٠×١٠^{٨} (ب) ٥×١٠^{٨} (ج) ٠.٥×١٠^{٨} (د) ٥٠٠×١٠^{٧}

أكتب ناتج كل مما يأتى على الصورة القياسية:

١٤) $(٦٫٤ \times ١٠^{٨}) \times (١٫٥ \times ١٠^{٥})$

١٥) $(٤٫٤ \times ١٠^{٣}) \times (٣ \times ١٠)^{٥}$

١٦) $(٨٫٥ \times ١٠^{٧}) \times (٣٫١ \times ١٠^{-٤})$

١٧) $(٣٥٫٥ \times ١٠^{-٤}) \times (٥ \times ١٠^{٤})$

١٨) $(٣٫٨ \times ١٠^{٨}) \div (١٫٩ \times ١٠^{٦})$

١٩) $(٥٫٣ \times ١٠^{٨}) - (٠٫٨ \times ١٠^{٧})$

٢٠) $(٤٫٥٤ \times ١٠^{٤}) + (٣٫٧٦ \times ١٠^{٣})$

٢١) $٤٠٠ \times ٠٫٠٠٠٠٧$

أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

٢٢) $٨٠٠٠٠٠ = ٨ \times ١٠^{س}$

٢٣) $(٠٫٠٠٤)^{٢} = ١٫٦ \times ١٠^{س}$

٢٤) $٠٫٠٠٠٠٠٠٠٠٦ = ٦ \times ١٠^{س}$

٢٥) $٧٦٥٩٨ = س \times ١٠^{٤}$

بدون إستخدام الحاسبة أوجد الناتج فى الصورة القياسية :

٢٦) $١٠^{٣٩} - ١٠^{٣٨}$

٢٧) $٢^{١٩} \times ٥^{١٥}$

ترتيب اجراء العمليات الرياضية

مثال: أحسب قيمة كل مما يأتى :

١) $٣ + ١٢ \div ٦$

٢) $٩ + ٤ \times ٣^{٣}$

....

....

....

....

٣) $١٤٤ - ٨ \div ٢^{٢}$

٤) $٣ \times ٦ - ٤ \div ٢$

....

....

....

....

٥) $٣ + ٦ \times (٥ + ٤) \div ٣ - ٧$

٦) $٣\,[(٣^{٢} + ١) - (٢^{٣} - ٢)]$

....

....

....

....



٧) $٢ + ٣ [٥ + (٤ - ١)]$

....

....

....

....

٨) $٢ \times ٦ - ٤ \div ٢$

....

....

....

....

٩) $٩ + ٤ \times ٣^{٢}$

....

....

....

....

١٠) $٤ \times ٧ - ٣^{٢}$

....

....

....

....

١١) $١٤٤ - ٨ \div ٢^{٣}$

....

....

....

....

١٢) $٤ \times ٢^{٣} - ٢٠$

....

....

....

....

١٣) $١٩٦ \div (٧ - ٥)^{٢}$

١٤) $٧\,(٦^{٢} \div ٢ \times ٣)$

....

....

....

....

١٥) $١٢ \times ٢^{٢} \div ٢٤ + ٣^{٢}$

١٦) $٢ - [(٧ - ٣) - ٢]$

....

....

....

....

١٧) $٣ + [٥ + ٢\,(٨ \div ٤)]$

١٨) $٦ \div ٣ + [٧ + ٢٠ \div (٦ - ٢^{٢})]$

....

....

....

....

١٩) $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$

٢٠) $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١} + ٥^{٢} - ٥$

....

....

....

....

مثال: أوجد قيمة المقدار

٢١) ١٦ أ ÷ (٤ ب) + ٣ ب أ عندما أ = ٩ ، ب = ٦

....

....

....

٢٢) $٢ \left[\frac{٥ س + ٣}{٤ س - ٣} \right]$ إذا كانت س = ٣

....

....

....

٢٣) إذا كان س = ٤ (٥ + ٦) ـ ٦ ،،، ص = ٩ (٣٦ ÷ ١٢) ÷ ٣ أوجد القيمة س + ص

....

....

....

تمارين

مثال: أحسب قيمة كل مما يأتى :

١) ٥ + ٢ × ٣

٢) ٤ × ٣ − ١٥ ÷ ٥

٣) ٤ × ٧ − $٣^{٢}$

٤) ١٩٦ ÷ $(٧ − ٥)^{٢}$

٥) ١٨ ÷ (٩ − ٦) × (١ + ٢)

٦) (٧ − ٤) × ٢ ÷ (٥ − ٣)

٧) [٤ − (٥ − ٢)] − ١

٨) (٢٦ + ١) ÷ [٣ (٤ − ٣)]

٩) (١٥ × ٢) ÷ [٥ − (٩ − ٧)]

١٠) ٦ ÷ ٣ + [٧ + ٢٠ ÷ (٦ − $٢^{٢}$)]

١١) ($\frac{٣}{٢}$ × ٣$\frac{١}{٢}$) ÷ ($\frac{٦}{٥}$ − ١)

١٢) ١٥.٥ − ٩.٦ ÷ ١.٥ − ١$\frac{١}{٥}$

١٣) $\frac{١٥ + ٧}{١٥ − ٤}$

١٤) $\frac{٥^{٢} − ٥ × ٢}{(١٥ + ٣) ÷ ٦}$

١٥) إذا كانت : س = ٣ أوجد قيمة المقدار : ٢ $\left(\frac{٥ س + ٣}{٤ س − ٣}\right)$

١٦) إذا كانت : س = ٢ ، ص = ٥ أوجد قيمة كل من : $(س + ص)^{٢}$ ، $(ص − س)^{٣}$

الجذر التربيعي لعدد نسبي مربع كامل

العدد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
مربعه	١		٩			٣٦			٨١	
العدد	ـ ١	ـ ٢	ـ ٣	ـ ٤	ـ ٥	ـ ٦	ـ ٧	ـ ٨	ـ ٩	ـ ١٠
مربعه		٤						٦٤		١٠٠

إذا علم مربع العدد فالعملية العكسية لإيجاد العدد هى إيجاد الجذر التربيعى للعدد ويستخدم الرمز $\sqrt{\ }$ ليدل على الجذر التربيعى الموجب لعدد نسبى

ملحوظة

- $\sqrt{٦٤} = ٨$
- $-\sqrt{٦٤} = -٨$
- $\pm\sqrt{٦٤} = \pm ٨$
- $\sqrt{-٤}$ لا معنى له

مثال: أوجد كل مما يأتى :

١) $\sqrt{١٦}$

٢) $-\sqrt{٢٥٠٠}$

٣) $\sqrt{٤٤١}$

٤) $\sqrt{٢٣٠٤}$

٥) $\pm \sqrt{٠,٨١}$

٦) $\pm \sqrt{\left(\frac{٩}{٤٩}\right)^{٢}}$

٧) $\sqrt{\sqrt{٨١}}$

٨) $\sqrt{٦ \frac{١}{٤}}$

٩) $\sqrt{\frac{٤٩ س^{٤}}{٨١ ص^{٢}}}$

١٠) $\sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$

١١) $\sqrt{١٦ + ٩}$

١٢) $\sqrt{٢٢٥ - ٨١}$

١٣) المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{٠,٤٩}$

١٤) المعكوس الجمعي للعدد $-\sqrt{١ \frac{٧}{٩}}$

١٥) $(\frac{٢}{٣})^{٢} \times \sqrt{\frac{٨١}{١٦}} \times (\frac{٥}{٣})^{\text{صفر}}$

....

....

....

١٦) إذا كان : س = $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ ، ص = ٢ أوجد قيمة : س ص

....

....

....

١٧) إذا كان : ٢ س = $\sqrt{٣٦}$ أوجد قيمة : س

....

....

....

١٨) إذا كان : $\frac{س}{٤} = \frac{١٦}{س}$ أوجد قيمة : س

....

....

....

١٩) إذا كان : س = $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ أوجد قيمة : $س^٣$

....

....

....

٢٠) $\sqrt{١} + \sqrt{٤} + \sqrt{٩} + \sqrt{١٦} + \sqrt{٢٥} + \sqrt{٣٦} + \sqrt{٤٩} + \sqrt{٦٤}$

....

....

٢١) $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}} \times (\frac{٢}{٧})^{صفر} \times (-\frac{٢}{٧})^٢$

....

....

....

....

٢٢) $(-\frac{١}{٣})^٢ + \sqrt{\frac{٦٤}{٨١}} - (\frac{٣}{٤})^{صفر}$

....

....

....

....

مثال: أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :

٢٣) $\sqrt{١} + \sqrt{٤} + \sqrt{٩} = \sqrt{.........}$

....

....

....

٢٤) $\sqrt{.........} = ٨$

....

....

....

حل المعادلات في ن

مثال: حل المعادلة فى ن

١) س + ١ = ٤

٢) س – ٣ = ٤

....

....

٣) $\frac{٢}{٣}$ س = ٦

٤) –٣ س = $\frac{٣}{٤}$

....

....

٥) ٢س – ٣ = ٧

٦) ٣س – ١ = س + ٧

....

....

....

٧) ٢س + ٣ = ٤

٨) ٣س + ٤ = ١١

....

....

....

٩) ٤/٥ س − ٢ = ٦

١٠) ٥س + ١ = ٢س + ٥

١١) ٥س − ١ = ٣

١٢) ٥س + ١ = ١١

١٣) ٣س − ٤ = س + ٢

١٤) ٢س + ٧ = ٥س + ١

١٥) ٢(س + ٥) = ١٤

١٦) ٥(٢س + ٣) = ٢٥

١٧) ٣ (س − ٢) = ٦ (س + ١)

١٨) $\frac{٢أ}{٣}$ = ٨ + ٤أ

١٩) $\frac{س + ١}{٣}$ = $\frac{س − ١}{٤}$

٢٠) ٣ (٢س − ٨) − (٢س + ٢) = س − ٣

مثال:

٢١) عددان صحيحان أحدهما ثلاثة أمثال الآخر فإذا كان مجموعهما ١٦ فأوجد العددين

....

....

....

....

٢٢) ثلاثة أعداد طبيعية فردية متتالية مجموعها ٢٧ أوجد هذه الأعداد

....

....

....

....

٢٣) عددان طبيعيان أحدهما ضعف الأخر و مجموعهما ١٠٨ فما العددان ؟

....

....

....

....

٢٤) مستطيل طوله ضعف عرضه فإذا زاد عرضه بمقدار ٦ سم و نقص طوله بمقدار ٥ سم لأصبح مربعا أوجد مساحة المستطيل

....

....

....

....

٢٥) مستطيل طوله ضعف عرضه فإذا كان محيطه ٣٦ سم أوجد الطول و العرض

....

....

....

....

٢٦) مستطيل طوله يزيد عن ضعف عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كان محيطه ٤٠ سم فما بعدى المستطيل

....

....

....

....

٢٧) عمر رجل الأن ثلاثة أمثال عمر أبنه و بعد سنتين يصبح مجموع عمريهما ٥٢ سنة فما عمر كلا منهما الأن

....

....

....

....

٢٨) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ أمتار فإذا كان محيطه ٦٨ مترا فما بعداه ؟

....

....

....

....

٢٩) ثلاث شقيقات مجموع أعمارهن الان ٢٥ سنة و كانت الكبرى قد ولدت قبل الوسطى بثلاث سنوات و ولدت الوسطى قبل الصغرى بسنتين فما عمر كلا منهما الأن

....

....

....

....

تمارين

١) عدد صحيح إذا أضيف الى ضعفه ٣ كان الناتج ١٧ أوجد العدد
٢) عدد صحيح إذا أضيف الى ضعفه ١٤ كان الناتج ٤٨ أوجد العدد
٣) عدد صحيح إذا طرح من ضعفه ٣ كان الناتج ٩ أوجد العدد
٤) عدد صحيح إذا طرح من ضعفه ١ كان الناتج ١٧ أوجد العدد
٥) عدد إذا أضيف إليه ١٦ كان الناتج المعكوس الجمعى لنفس العدد أوجد العدد
٦) عدد إذا طرح منه ٨ كان الناتج المعكوس الجمعى لنفس العدد أوجد العدد
٧) عدد صحيح إذا أضيف الى ضعفه كان الناتج ٣٣ أوجد العدد
٨) عدد صحيح إذا طرح من ثلاثة أمثاله ١٢ كان الناتج هو نفس العدد أوجد العدد
٩) أوجد عدد صحيح إذا طرح منه ٥ كان الناتج المعكوس الجمعى لنفس العدد مضافا إليه ٣
١٠) عدد صحيح إذا أضيف إلى ثلاثة أمثالة ٧ كان الناتج ٢٨ أوجد العدد
١١) عددان صحيحان متتاليان مجموعهما ١٩ أوجد العددين
١٢) عددان أحدهما ضعف الآخر و مجموعهما ٢٤ أوجد العددين
١٣) عددان أحدهما ثلاثة أمثال الأخر و مجموعهما ١٦ أوجد العددين
١٤) عددان أحدهما يزيد عن الأخر بمقدار ٥ و مجموعهما ٣٣ أوجد العددين
١٥) عددان أصغرهما ٢س و أكبرهما ٥س فإذا كان الفرق بينهما ٣٠ أوجد العددين

حل المتباينات في ن

- **المتباينة :** هى الجملة الرياضية التى تحتوى على متغير (أو أكثر) وتتضمن علاقة :
  > أو < أو ≥ أو ≤
- **مجموعة حل المتباينة :**
  هى مجموعة العناصر التى تنتمى إلى مجموعة التعويض و التى تحقق كل منها المتباينة
- س > ٣ ، س ∋ ص فإن مجموعة الحل = { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ......}
  -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧
- س < ٣ ، س ∋ ص فإن مجموعة الحل ={ ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ......}
  -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥
- س < ٣ ، س ∋ ط فإن مجموعة الحل = { ٢ ، ١ ، ٠ }
  ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥
- س ≤ ٣ ، س ∋ ط فإن مجموعة الحل = { ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }
  ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦
- -٣ ≤ س < ٤ ، س ∋ ص فإن مجموعة الحل = { -٣ ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }
  -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥
- فى المتباينة السابقة إذا كانت : س ∋ ح
  فإن مجموعة الحل = { س : س ∋ ح ، -٣ ≤ س < ٤ }

مثال: أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة ومثل الحل على خط الاعداد

١) س ـ ٢ > ٣

٢) س + ٥ > ٢

٣) ٣س - ٤ ≥ ٨

٤) ٣س + ٢ ≤ ٨

مثال: أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة ومثل الحل على خط الاعداد

٥) س + ٣ > ١

٦) ٢ س ـ ٣ < ٧

٧) ٢س – ٣ < ٧

....

....

....

....

٨) س + ٥ < ٣

....

....

....

....

٩) ٣ (٢س – ٦) ≤ – ٣س

....

....

....

....

....

....

١٠) ٣ (س – ٢) + ٧ (س – ١) < ١٧

....

....

....

....

....

....

مثال: أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة :

١١) ٣ < ٢س – ٥ < ٧

....

....

....

....

١٢) ٣ < ٢س + ٥ < ١١

....

....

....

....

تمارين

أكمل ما يأتى :

١) مجموعة حل المتباينة : س > ٣ فى ع هى ....

٢) مجموعة حل المتباينة : س ≥ ١ فى ط هى ....

٣) مجموعة حل المتباينتين : ١ < س ، س ≥ ٥ معاً فى صـ هى ....

٤) إذا كان : أ < ب ، س = – ٣ فإن : أ س .... ب س

٥) إذا كان : – س > ١ فإن : س ....

٦) إذا كان : أ < ب ،فإن : أ – ٣ .... ب – ٣

٧) إذا كان : س > – ٢ فإن : س + ٣ > ....

٨) إذا كان : ١ – س < ٥ فإن : ....

٩) إذا كان : – س < ٢ ، س ∈ صـ فإن : مجموعة الحل = ...

أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى ط ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :

١٠) س + ١ < ٥
١١) ٣ س < ١٥
١٢) ٣ س – ٢ ≤ ١٣
١٣) س – ٤ ≥ ٣
١٤) ٢ س + ٣ < ٥
١٥) ٤ س + ١٧ < ١

أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى صـ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :

١٦) س + ٦ < ٤
١٧) ٧ س – ٦ ≤ ٣ س + ٢
١٨) ٣ (٢ س – ٦) ≥ – ٣ س
١٩) ٣س – ١ < ٨
٢٠) ١٠ – ٢ س ≤ ٦
٢١) ٣ (س – ٢) + ٧ (س – ١) < ١٧

أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى ص :

٢٢) س + ٨ > ٥ س

٢٣) ٥ < ٣ – س

٢٤) ٧ س – ٢ ⩽ ٢ س + ٨

٢٥) $\frac{١}{٥}$ – س ⩽ $\frac{٣}{٥}$

٢٦) ٣ (٢ س – ٦) ⩾ – ٣ س

٢٧) ٤ – ٥ (س – ٢) > – ٢ (– ٩ – ٢ س)

أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى ص :

٢٨) ١ > س + ٢ > ٥

٢٩) ٢ > س + ٢ > ٨

٣٠) – ٢ > ٤ – ٣ س ⩾ ٧

٣١) ٢ ≥ س – ١ ≥ ٤

٣٢) ٣ > ٢ س – ١ ≥ ٧

٣٣) ٢ > ٢ (س + ١) > ٦

الوحدة الثانية

الإحصاء والاحتمال

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

العينات

- **مفهوم العينة :**

  العينة هى : جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة والتى تكون أقرب للواقع ويمكن إ تخاذ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات و من ثم تعميمها على المجتمع بأكمله

- **المجتمـــع:** هو عناصر البحث " أشخاص ، منتج معين ، برامج إعلامية ، صحف... إلخ "

  أهمية العينة :

  للعينة أهمية كبيرة فى الدراسات والبحوث العلمية والإجتماعية وتستخدم العينات لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع والتى تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ قرارات فى ضوئها وتعميمها على المجتمع

- **مميزات العينة :**

  ١ – توفيـــر الوقت　　٢ – توفيـــر المال　　٣ – توفـــير الجهد

- **أنواع العينـات :** يوجد عدة أنواع من العينات منها:

  العينة المنتظمة :

  هى العينة التى تتبع نظاماً أو نسقاً معيناً عند إختيارها من مجتمعاً ما و لابد أن يكون المجتمع موزعاً توزيعاً عشوائياً أى أنه لا يكون مقسما إلى فئات أو مجموعات بعينها وأن تمثل (١٠ ٪) من المجتمع الذى تختار منه العينة

  العينــة العشوائية :

  هى العينة التى يتم إختيارها عشوائياً أى بون دون قصد أو تعمد من مجتمع يكون لكل فرد فيه نفس فرصة الإختيار ويتم الإختيار بعدة طرق منها :

✓ **يدويــــاً :** وتتم كالآتى :

١ـ يعطى كل فرد فى مجتمع الدراسة رقم فى قصاصة ورق وتكون جميع القصاصات متماثلة من حيث اللون والمقاس

٢ ـ تطبق كل قصاصة بطريق متماثلة وتوضع فى إناء وتخلط جيداً

٣ ـ يتم إختيار العينة بإختيار ورقة تلو الأخرى وفى كل مرة تخلط الأوراق جيداً حتى الإنتهاء من إختيار العدد المطلوب للعينة

✓ **آليـــاً :**

** **إستخدام الرقم العشوائى بالآلة الحاسبة :**

ويتم ذلك بالضغط على المفاتيح التالية بالترتيب

→ Shift | Ran # | =

فيظهر فى كل مرة رقم عشوائى بين صفر ، ٠.٩٩٩ ، نأخذ الأرقام ونتجاهل العلامة العشرية ، وتستبعد الأرقام الأكبر من مجتمع الدراسة والأرقام المختارة من قبل

الاحتمالات

- **الإحتمال :**
هو التنبؤ بما يمكن أن يحدث فى المستقبل إستناداً على الخبرات السابقة أو الدراسات والملاحظات

- **الإحتمال التجريبى :** هو الإحتمال الناتج عن إجراء تجربة ما عمليا

- الإحتمال التجريبى = $\frac{\text{عدد النواتج التى حصلت عليها}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

- **الإحتمال النظرى :**
الإحتمال النظرى والتجريبى مرتبطان ببعضهما فكلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما تقاربت نتائج الإحتمال التجريبى من قيمة الإحتمال النظرى
ويستخدم الإحتمال النظرى عندما تكون لجميع النواتج نفس الفرصة للظهور
أى أن الإحتمال النظرى يقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات

- **فضاء العينة :**
هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وعدد عناصرها ن (ف)

- **الحدث :**
هو مجموعة جزئية من فضاء العينة
فإذا كان : أ حدث فى ف فإن : أ ⊂ ف
وعدد عناصره " ن (أ) " وهو عدد فرص وقوع الحدث أ
و يكون : إحتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف ويرمز له بالرمز ل (أ)

- $ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$
- **الحدث المستحيل :** هو الحدث الذى ليس له أى فرصة للوقوع أى أن : إحتمال الحدث المستحيل = صفر
- **الحدث المؤكد :** هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة أى أن : إحتمال الحدث المؤكد = ١
- ٠ ≤ ل(أ) ≤ ١

مثال:

١) فى تجربة إلقاء قطعة نقود ٤٠٠ مرة سجلت نتائج ظهور الصورة ١٩٦ مرة أحسب إحتمال

أ. ظهور الصورة ب. ظهور الكتابة

....

٢) فى تجربة القاء حجر نرد أكتب فضاء العينة ثم أوجد أحتمال ظهور صورة

....

....

٣) سلة بها ٢٠ زهرة منها ٧ زهور بيضاء ، ٨ زهور صفراء ، ٥ زهور حمراء فإذا سحبت زهرة واحدة عشوائيا أوجد أحتمال أن تكون الزهرة المسحوبة

أ. بيضاء ب. حمراء ت. بيضاء أو صفراء

....

....

....

٤) في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة أكتب فضاء العينة ثم عين احتمال كلا من الاحداث الاتية

أ. م حدث ظهور عدد فردى
ب. ب حدث ظهور عدد زوجى

....

....

....

ت. جـ حدث ظهور عدد يقبل القسمة على ٣
ث. ء حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى ٣

....

....

ج. هـ حدث ظهور عدد يساوى ٧
ح. و حدث ظهور عدد مربع كامل

....

....

خ. س حدث ظهور عدد أكبر من ٣
د. ص حدث ظهور عدد زوجى أولى

....

....

٥) سلة بها ١٠ بطاقات مرقمة من ١ الى ١٠ سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيا أكتب فضاء العينة ثم عين كلا من أحتمال الاحداث الاتية

أ. حدث ظهور عدد زوجى أقل من ٧ ب. حدث ظهور عدد أولى

....

....

....

ت. حدث ظهور عدد فردى ث. حدث ظهور عدد فردى أولى

....

....

٦) من مجموعة الارقام { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } كون عدد مكون من رقمين مختلفين أوجد ف ثم عين أحتمال كلا من الاحداث الاتية

أ. حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً ب. حدث أن يكون كلا الرقمين زوجياً

....

....

....

....

....

٧) مجموعة مكونة من ١٠٠ تلميذ نجح منهم ٥٩ طالب فى اللغة الانجليزية ، ٣٥ طالب فى التاريخ ، ٢٠ طالب فى المادتين معاً فإذا أختير تلميذ واحد عشوائيا أوجد أن يكون أحتمال الطالب المختار

أ. ناجحاً فى التاريخ
ب. راسبا فى التاريخ
ت. ناجحاً فى اللغة الانجليزية
ث. راسبا فى اللغة الانجليزية

....
....
....
....
....
....

٨) صمم مكعب بحيث يحمل كل وجهين متقابلين أحد الارقام ١ ، ٢ ، ٣ فإذا ألقى الحجر مرة واحدة أوجد

أ. أكتب فضاء العينة
ب. أ = أحتمال ظهور الرقم ٣ على الوجه العلوى
ت. ب= أحتمال ظهور رقم فردى على الوجه العلوى

....
....
....
....
....

٩) سلة بها ٣٠ كرة حمراء وبيضاء وصفراء فإذا كان أحتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{١}{٥}$ فما هو عدد الكرات الحمراء

....

....

١٠) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر على الوجه العلوى أوجد إحتمال ظهور الأحداث الآتية :

أ. العدد ٣ ب. عدد زوجى ت. عدد أولى فردى

ث. عدد أقل من أو يساوى ٢ ج. عدد س حيث : ١ ≤ س ≤ ٦ ح. عدد أكبر من ٦

....

....

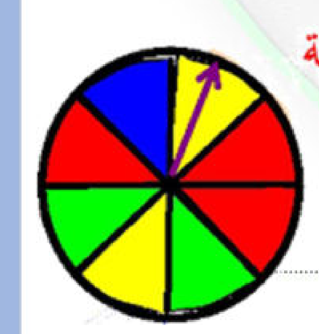
....

....

....

....

١١) فى لعبة الدوارة إذا كان القرص مقسم إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية المساحة ملونة كما بالشكل فإذا دار المؤشر ما إحتمال وقوفه فى قطاع :



أ. أحمر ب. ليس أحمر ت. أزرق

....

....

....

١٢) مجموعة مكونة من ١٠٠ طالب نجح منهم ٦٠ طالب فى الرياضيات ، ٥٥ طالب فى العلوم، ٤٠ طالب فى الرياضيات والعلوم معاً فإذا أختير طالب عشوائياً أوجد إحتمال :

أ. حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً فى الرياضيات

ب. حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً فى العلوم

ت. حدث أن يكون الطالب المختار راسباً فى الرياضيات والعلوم معاً

....

....

....

....

....

تمارين

١) صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٣ كرات حمراء ، ٧ كرات سوداء كلها متماثلة إلا من حيث اللون فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً فأوجد إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

ا) بيضاء　　ب) حمراء أو سوداء　　حـ) ليست سوداء

٢) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد إحتمال الحصول على :

ا) العدد ٥　　ب) العدد ٣ أو العدد ٤

حـ) عدد فردى　　ء) عدد زوجى أولى

هـ) عدد أكبر من ٦　　و) عدد أقل من ٧

٣) مجموعة متماثلة من البطاقات على كل واحدة حرف من حروف كلمة " الرياضيات " فإذا سحبت بطاقة واحدة عشوائياً فما إحتمال أن يكون مكتوباً عليها حرف

ا) ض ب) ر حـ) ي

٤) فى زيارة لأحد بيوت الشباب وجد به ٣٦ شاباً من عدة محافظات منهم ١٠ من أسوان ،١٢ من السويس ، ١٤ من القاهرة ، ٤ من البحيرة فإذا أختير عشوائياً شاب واحد فما إحتمال أن يكون الشاب المختار :

ا) من أسوان ب) من البحيرة حـ) ليس من السويس

٥) من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدداً مكون من رقمين مختلفين ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية :

ا) حدث أن يكون رقم العشرات فردياً
ب) حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً
حـ) حدث أن يكون مجموع الرقمين ٧
ء) حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين ١٥

٦) فصل دراسى به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٠ طالب فى الرياضيات ، ٢٤ طالب فى العلوم ٢٠ طالب فى المادتين فإذا أختير طالب عشوائياً فأوجد إحتمال أن يكون الطالب المختار

أ) ناجحاً فى الرياضيات ب) راسباً فى العلوم حـ) راسباً فى المادتين

٧) إذا كان أحد الأندية يلعب ٣٠ مباراة فى إحدى المسابقات المحلية وكان إحتمال فوزه فى هذه المباريات ٠.٤ ، و إحتمال تعادله ٠.٣ فأوجد عدد المباريات التى يتوقع أن :

أ) يفوز بها ب) يتعادل فيها حـ) يخسرها

٨) فى دراسة لمعرفة عدد ساعات العمل التى يفضلها ٥٠٠ عامل فى أحد المصانع كانت النتائج بالجدول التالى :

عدد ساعات العمل	٥	٦	٧	٨	٩	المجموع
عدد العمال	٧٠	٢٥٠	١٢٠	٣٧	٢٣	٥٠٠

فإذا أختير أحد العمال عشوائياً فما إحتمال أن يكون مفضلاً العمل :

أ) ٥ ساعات يومياً ب) أكثر من ٧ ساعات يومياً
حـ) أقل من ٨ ساعات يومياً ء) من ٦ ساعات إلى ٨ ساعات يومياً

٩) صندوق به كرات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ١٦ سحبت كرة عشوائياً فما إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة تحمل:

أ) عدد يقبل القسمة على ٦ ب) عدد أولى

حـ) عدد لا يقبل القسمة على ٢

١٠) فى لعبة الدوارة إذا كان القرص مقسم إلى عدد من القطاعات المتساوية وكان لون إثنين منهم أخضر ، و أربعة آخرين لونهم أزرق ، و الباقى لونه أحمر فإذا كان إحتمال وقوف المؤشر عند اللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ أوجد عدد القطاعات الحمراء

١١) لاعبان فى فريق لكرة القدم و فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها١٨ هدفاً ، و سدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفاً من منهما تختاره لتسديد ضربة الجزاء أثناء المباراة ؟ و لماذا ؟

١٢) سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ن فإذا كان إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة ن

١٣) إذا كان إحتمال نجاح طالب فى إمتحان هو ٠.٨٧ فما إحتمال رسوبه

١٤) فصل دراسى فيه نسبة عدد البنين إلى عدد البنات كنسبة ٣ : ٤ فإذا أختير طالب عشوائياً من هذا الفصل فما إحتمال أن يكون الطالب المختار :

(أ) ولد ، (ب) بنت

إختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

١٥) أى مما يلى يمكن أن يكون إحتمال وقوع أحد الأحداث :

(أ) ١.٣ (ب) – ٠.٤ (جـ) ٣١٥ % (د) ٧٥%

١٦) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم إحتمال ظهور عدد أكبر من ٤ = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) ١

١٧) إذا كان إحتمال وقوع حدث ما هو ٠.٧ فإن إحتمال عدم وقوعه = ...

(أ) – ٠.٧ (ب) – ٠.٤ (جـ) ٠.٤ (د) ٠.٧

١٨) إذا ألقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن إحتمال ظهور صورة = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

١٩) أختير عشوائياً حرف من حروف كلمة مدرسة فإحتمال أن يكون الحرف هو س = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

٢٠) إحتمال الحدث المستحيل = ...

(أ) صفر (ب) – ٠.١ (جـ) ١ (د) ∅

الوحدة الثالثة

الهندسة والقياس

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

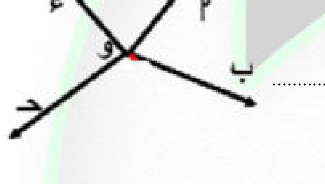
البرهان الاستدلالي

- **نظرية (١) : إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس**



- **نظرية (٢) : مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة يساوى ٣٦٠°**





مثال:

١) فى الشكل المقابل : $\overline{أء} \cap \overline{ب حـ} = \{ هـ \}$ ، أ هـ = ء هـ ، حـ هـ = ب هـ أثبت أن
△ أ هـ حـ ≡ △ ء هـ حـ



٢) في الشكل المقابل أثبت أن : ق (∠ ء س هـ) = ٨٥°
ثم أوجد: ق(∠ ء س جـ) ، ق (∠ هـ س و)

....

....

....

....

....

....

....

٣) في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = { هـ }
$\overleftrightarrow{\text{س ص}} // \overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، س ∈ أ ب
ق (∠ ص س ب) = ٤٠° أوجد ق (∠ أ هـ حـ)

....

....

....

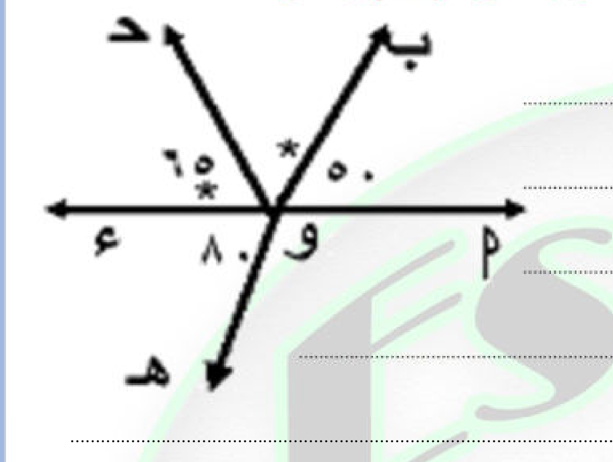
....

....

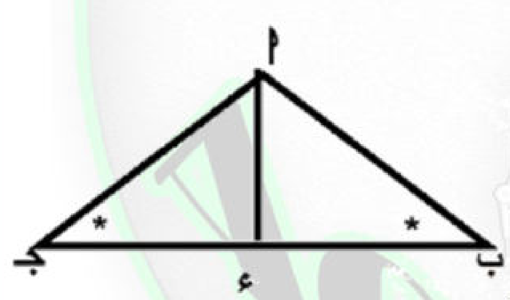
....

....

٤) فى الشكل المقابل : ق (∠ ٲ و ب) = ٥٠° ، ق (∠ حـ و ء) = ٦٥°
، ق (∠ هـ و ء) = ٨٠° ، وحـ ينصف ∠ ب و ء أوجد ق (∠ ٲ و هـ)



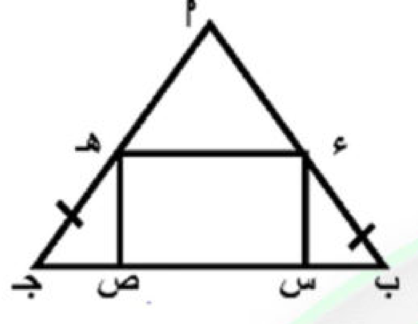
٥) فى الشكل المقابل ٲ ب جـ مثلث فيه ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)
ٲء ينصف ∠ ب ٲ جـ أثبت أن ٲ ب = ٲ جـ



٦) 

في الشكل المقابل : هـ جـ = ء ب ، ء س ص هـ مستطيل

أثبت ان ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ أ هـ ء)



....

....

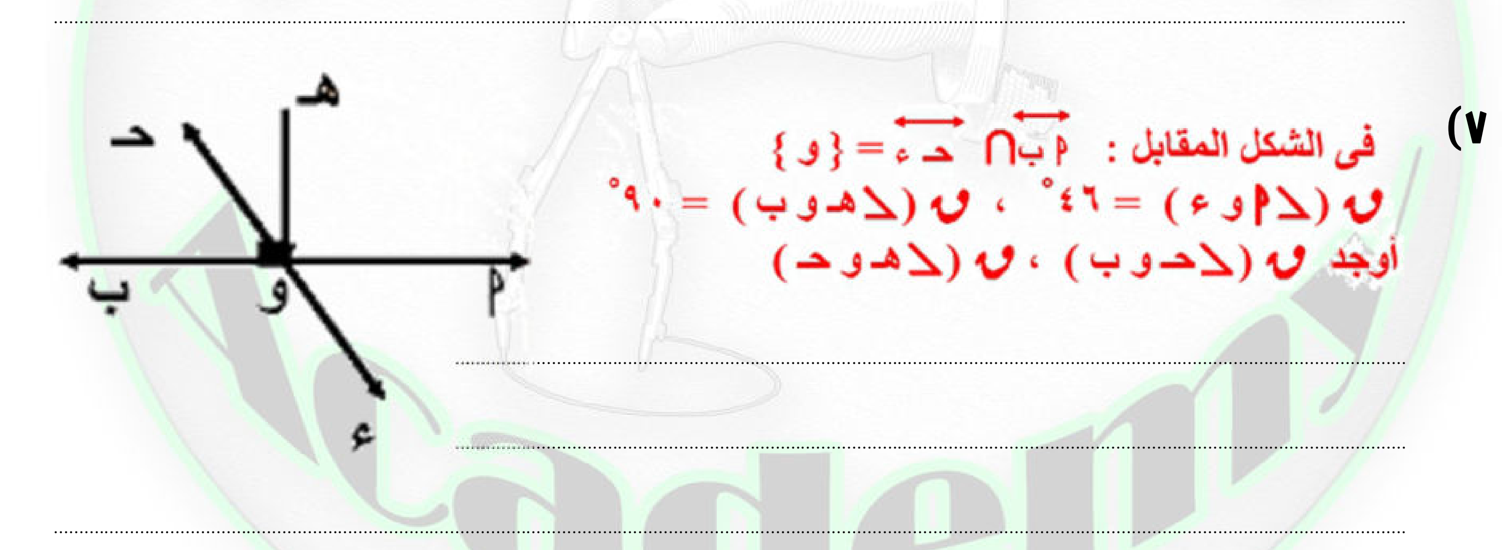
....

....

....

....

....

٧) 

في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{حـ ء}$ = {و}

ق (∠ أ و ء) = ٤٦° ، ق (∠ هـ و ب) = ٩٠°

أوجد ق (∠ حـ و ب) ، ق (∠ هـ و حـ)

....

....

....

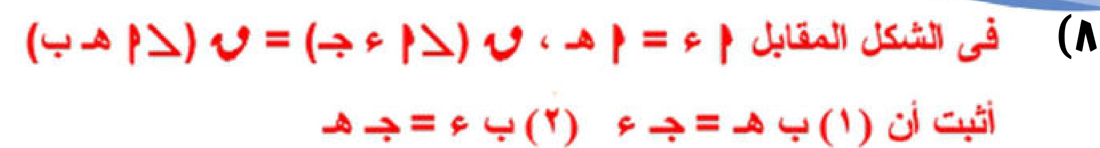
....

....

....

....

٨)



فى الشكل المقابل ا ء = ا هـ ، ق (∠ا ء جـ) = ق (∠ا هـ ب)

أثبت أن (١) ب هـ = جـ ء   (٢) ب ء = جـ هـ

ا

هـ   ء

جـ   ب

....

....

....

....

....

....

....

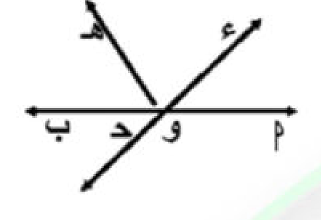
تمارين

١) في الشكل المقابل :

أب ∩ حـ ء = { و } ، ق (∠هـ و ء) = ٩٠°

، ق (∠أ و ء) = ٤٠° أوجد : ق (∠ب و هـ) ، ق (∠أ و حـ)

ق (∠ب و هـ) ، ق (∠أ و حـ)

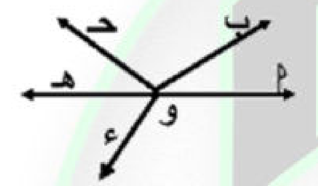


٢) في الشكل المقابل :

ق (∠ب و حـ) = ٢ ق (∠أ و ب)

، ق (∠أ و ب) = ٤٨° ، ق (∠ء و هـ) = ٨٠°

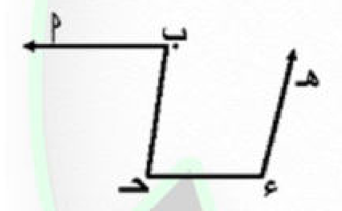
، ق (∠حـ و هـ) أوجد ق (∠أ و ء)



٣) في الشكل المقابل :

حـ ء // ب أ ، ب حـ // ء هـ

، ق (∠أ ب حـ) = ٤٨° أوجد ق (∠هـ ء حـ)

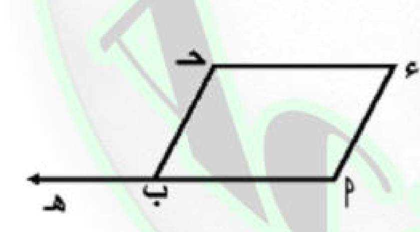


٤) في الشكل المقابل :

حـ ء // أ ب ، هـ ∈ أ ب

، ق (∠حـ ب هـ) = ٤٥° ، ق (∠ ء) = ١٣٥°

أثبت أن أ ء // ب حـ



٥) في الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ب ء = حـ ء

، ق (∠ ب ء حـ) = ١١٠°

أثبت أن Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ ء

ثم أوجد ق (∠أ ء حـ)





المضلع

- **المضلع :** هو خط مغلق بسيط مكون من إتحاد عدة قطع مستقيمة



- كل قطعة مستقيمة منها تسمى ضلع
- يسمى المضلع بعدد أضلاعه

- **المضلع المحدب :**

  فى المضلع المحدب أى مستقيم يتعين برأسين متتالين تكون بقية رؤوس المضلع واقعة فى أحد جانبى هذا المستقيم

  ويلاحظ أن أى زاوية من زوايا ه قياسها أقل من ١٨٠°

مضلع محدب

- **المضلع المقعر :** فى المضلع المقعر توجد مستقيمات تتعين برأسين متتالين و تقع بقية رؤوس المضلع على جانبى هذه المستقيمات

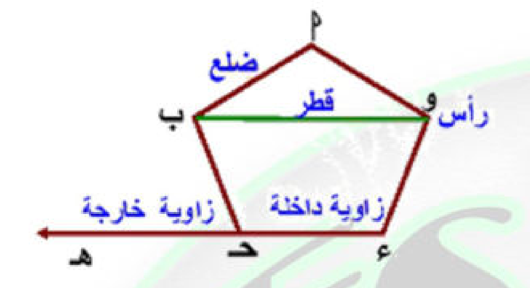
  ويلاحظ أنه توجد زاوية واحدة على الأقل من زوايا ه قياسها أكبر من ١٨٠° (زاوية منعكسة)

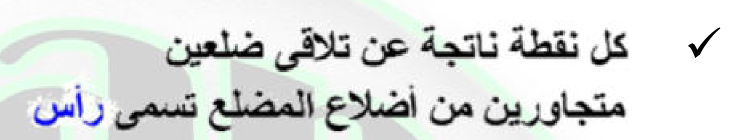
مضلع مقعر

- إذا ذكر أى مضلع يقصد بذلك المضلع المحدب ما لم يذكر أنه مقعر

ملحوظة

- ✓ كل قطعة مستقيمة منها تسمى ضلع مثل $\overline{\text{أ ب}}$
- ✓ كل نقطة ناتجة عن تلاقى ضلعين

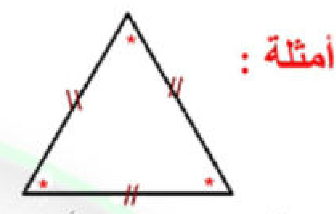


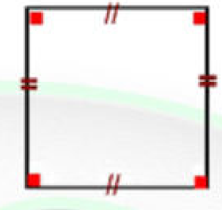

- ✓ كل نقطة ناتجة عن تلاقى ضلعين
متجاورين من أضلاع المضلع تسمى رأس

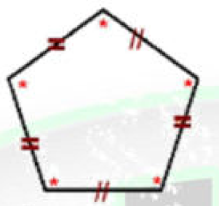
- ✓ عدد أضلاع أى مضلع = عدد رؤوسه = عدد زواياه
- ✓ كل زاوية ناتجة من إتحاد ضلعين من أضلاع المضلع تسمى زاوية داخلة مثل ∠ء أ؛ ∠و ء حـ
- ✓ إذا مد أحد أضلاع مضلع من إحدى جهتيه إلى ما لا نهاية تنتج زاوية تسمى زاوية خارجة مثل ∠ ب حـ هـ
- ✓ محيط المضلع هو = مجموع أطوال المضلع
- ✓ القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتالين فى المضلع تسمى قطر المضلع مثل $\overline{\text{و ب}}$
- ✓ عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه ن = ن(ن – ٣) / ٢
- ✓ عدد المثلثات التى ينقسم إليها مضلع عدد أضلاعه ن = ن – ٢
- ✓ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن – ٢) × ١٨٠°
- ✓ مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة = ١٨٠°
- ✓ مجموع قياسات الزوايا الخارجة لمضلع محدب عدد أضلاعه ن = ٣٦٠°

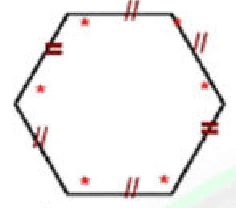
✓ **المضلع المنتظم :** هو المضلع الذى تتساوى فيه أطوال أضلاعه وتتساوى قياسات زواياه

أمثلة :


مثلث متساوى الأضلاع


مربـــــع


خماسى منتظم


سداسى منتظم

✓ قياس كل زاوية من زوايا مضلع محدب منتظم عدد أضلاعه ن = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$

✓ عدد أضلاع المضلع المنتظم = $\frac{٣٦٠^\circ}{١٨٠^\circ - س^\circ}$ حيث س° قياس إحدى زواياه الداخلة

مثال: أكمل الجدول الآتى :

إسم المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات الناتجة	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
الرباعى	٤	٢	$٢ \times ١٨٠^\circ = ٣٦٠^\circ$
الخماسى	٥		
السداسى	٦		
السباعى	٧		
الثمانى	٨		
التساعى	٩		
العشارى	١٠		
النونى	ن		

١)

٢) أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمضلع السداسى

....

....

٣) أوجد مجموع القياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ١٢ ضلع

....

....

٤) أوجد قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه ١٢ ضلع

....

....

٥) أوجد عدد أضلاع مضلع محدب منتظم قياس إحدى زواياه ١٢٠°

....

....

٦) أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

ق(∠أ):ق(∠ب):ق(∠جـ):ق(∠ء) = ١ : ٢ : ٤ : ٥ أوجد قياس جميع زواياه

....

....

....

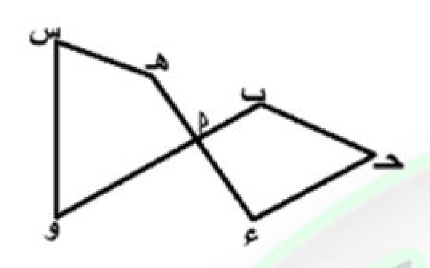
....

٧) أوجد قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة لمضلع خماسى منتظم

....

....

مثال:



٨) فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ب و}} \cap \overline{\text{هـ ء}}$ = { أ }

، ق(∠حـ) = ٤٥° ، ق(∠ب) = ١٢٠°

، ق(∠ء) = ١٠٥° ، ق(∠هـ) = ١٣٠°

، ق(∠س) = ٨٠° أوجد ق(∠و)

....

....

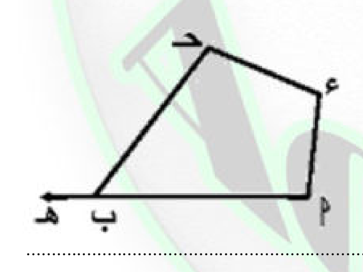
....

....

....

....

....



٩) فى الشكل المقابل : ق(∠أ) = ٨٠° ، ق(∠ء) = ١٢٠°

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، ق(∠حـ ب هـ) = ١٣٠° أوجد ق(∠ء حـ ب)

....

....

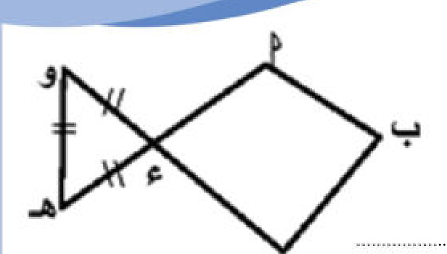
....

....

....

....

١٠) فى الشكل المقابل: $\overline{أ هـ} \cap \overline{حـ و} = \{ء\}$ ،
ق($\measuredangle$ أ) = ١٢٥° ، ق($\measuredangle$ حـ) = ١٠٠° أوجد ق($\measuredangle$ حـ ب أ)



....

....

....

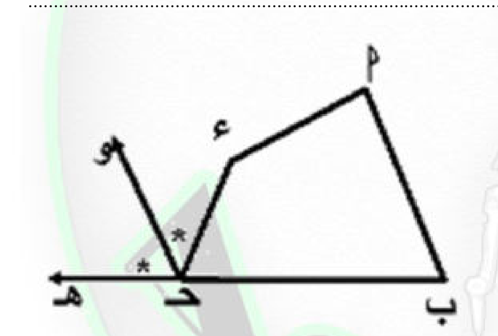
....

....

....

....

١١) فى الشكل المقابل : ق($\measuredangle$ أ) = ١٢٠°
، ق($\measuredangle$ ب) = ٦٠° ، هـ $\in \overleftarrow{ب حـ}$
، $\overrightarrow{حـ و}$ ينصف $\measuredangle$ ء حـ هـ أوجد ق($\measuredangle$ و حـ هـ)
ثم أثبت أن $\overleftrightarrow{حـ و}$ // $\overleftrightarrow{أ ب}$



....

....

....

....

....

....

....

١٢) فى الشكل المقابل : ﺃ ب ﺣ ء ﻫ شكل خماسى فيه $\overline{\text{ب ﺣ}} // \overline{\text{ﺃ ﻫ}}$

ق(∠ ﺣ) = ١٢٠° ، ق(∠ء) = ٨٥°

أوجد ق(∠ﻫ)

....

....

....

....

....

....

....

تمارين

أكمل ما يأتى :

١)

عدد أضلاع مضلع منتظم	٣	٤			٧	٨	١٠	
قياس إحدى زواياه الداخلة			١٢٠°	١٣٥°				١٦٠°

٢) يكون المضلع منتظماً إذا كان .... ، ....

٣) عدد المثلثات التى ينقسم إليها أى مضلع يساوى ....

٤) مجموع قياسات زوايا المضلع الخماسى المنتظم = ...

٥) قياس كل زاوية من زوايا المضلع السداسى المنتظم = ...

٦) محيط مضلع منتظم طول ضلعه ٥ سم = ...

٧) طول ضلع مضلع رباعى منتظم محيطه ١٦ سم = ...

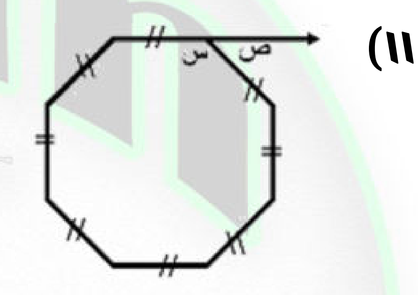
٨) المضلع الذى ليس له أقطار هو ....

٩) عدد أقطار المضلع الرباعى = ...

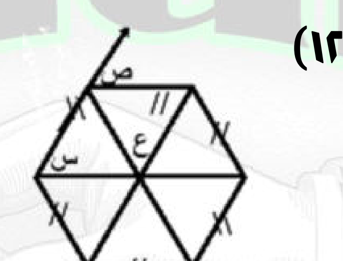
١٠) عدد أضلاع مضلع منتظم قياس إحدى زواياه ١٢٠° = ...

فى الأشكال الآتية أوجد قياسات الزوايا : س ، ص ، بالدرجات

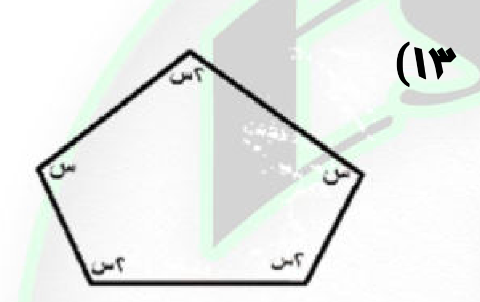
١١)



١٢)

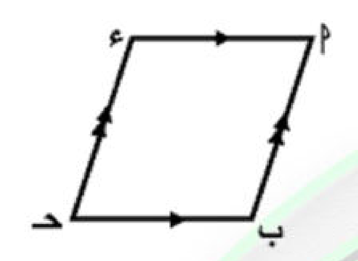


١٣)



١٤) إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لمضلع خماسى هى ٢ : ٢ : ٣ : ٤ : ٤
أوجد أصغر زوايا هذا المضلع

متوازي الاضلاع



متوازى الأضلاع : هو شكل رباعى فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

فى الشكل المقابل : إذا كان : أ ب // ء حـ ، أ ء // ب حـ

فإن : الشكل أ ب حـ ء يكون متوازى أضلاع

، وبالعكس إذا كان : الشكل أ ب حـ ء يكون متوازى أضلاع

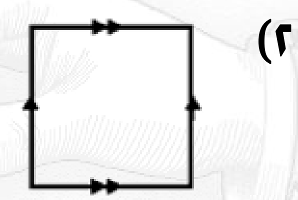
فإن : أ ب // ء حـ ، أ ء // ب حـ

مثال: فى الأشكال المقابلة بين أى منها متوازى أضلاع

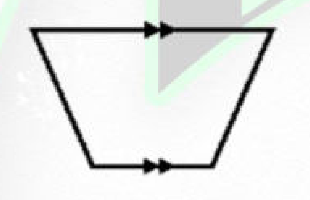
١)



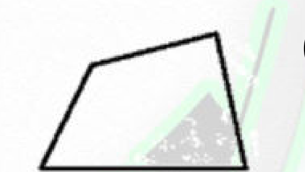
٢)



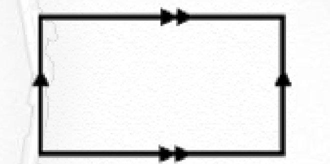
٣)



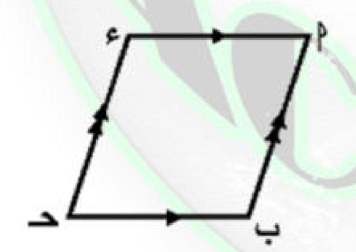
٤)



٥)



خواص متوازى الأضلاع :



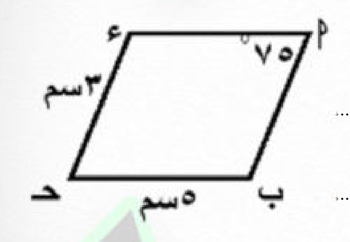
- كل ضلعين متقابلين متوازيان
- كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتان
- القطران ينصف كل منهما الآخر

يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع إذا توافر فيه أحد الشروط الآتية :

- كل ضلعين متقابلين متوازيان
- كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتان
- القطران ينصف كل منهما الآخر
- ضلعان متقابلان متوازيين ومتساويين فى الطول

مثال:

٦) فى الشكل المقابل : ﻫ ب حـ ء متوازى أضلاع



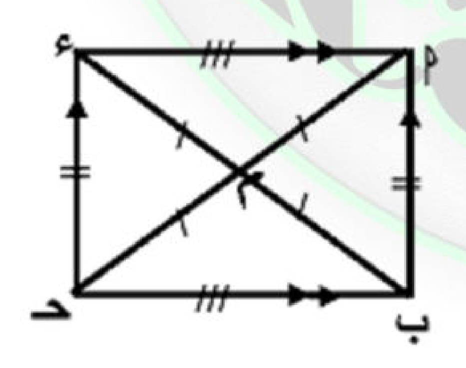
....

....

....

....

حالات خاصة من متوازى الأضلاع.

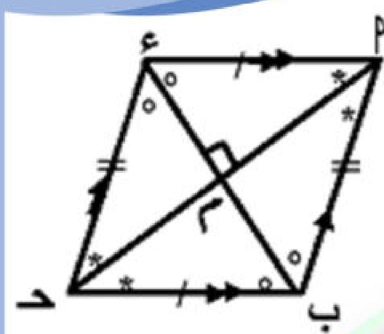


(١) المستطيل : هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة

أ، هو متوازى أضلاع قطراه متساويان فى الطول

خواص المستطيل : له جميع خواص متوازى الأضلاع السابق ذكرها بالإضافة إلى الخواص الآتية :

* زواياه متساوية فى القياس وقياس كل منها = ٩٠°
* قطراه متساويان فى الطول



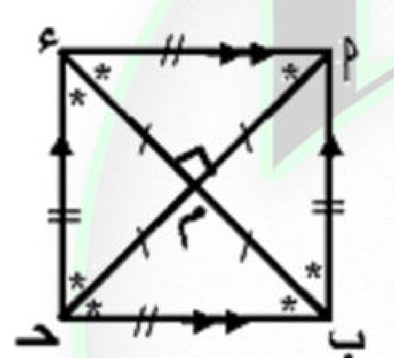
(٢) المعين : هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول

أ، هو متوازى أضلاع قطراه متعامدان

خواص المعين : له جميع خواص متوازى الأضلاع السابق ذكرها بالإضافة إلى الخواص الآتية :

* أضلاعه متساوية فى الطول
* قطراه متعامدان و كل منهما قطر ينصف زاويتى الرأس الواصل بينهما

(٣) المربع : هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول



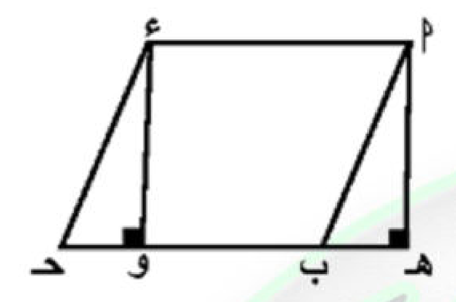
أ، هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول

أ، هو معين إحدى زواياه قائمة

خواص المربع : له جميع خواص متوازى الأضلاع السابق ذكرها بالإضافة إلى الخواص الآتية :

* أضلاعه متساوية فى الطول
* زواياه متساوية فى القياس وقياس كل منها = ٩٠ ˚
* قطراه متساويان فى الطول و متعامدان و كل من قطراه ينصف زاويتى الرأس الواصل بينهما

مثال:



٧) في الشكل المقابل : م ب حـ ء متوازى أضلاع ،
م هـ ⊥ حـ ب ، ء و ⊥ حـ ب ،
هـ ب = حـ و أثبت أن : م هـ و جـ مستطيل

....

....

....

....

....

....

٨) في الشكل المقابل : م حـ هـ ء معين ،
هـ ∈ ب حـ بحيث ب حـ = حـ هـ ،
ء حـ ⊥ ب حـ أثبت أن : م ب حـ ء مربع

....

....

....

....

....

....

....

٩) ٩ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ منتصف $\overline{٩ ب}$
، و منتصف حـ ء . أثبت أن : ء هـ ب و متوازى أضلاع

٩
ء
هـ
و
ب
د

....

....

....

....

....

....

١٠) فى الشكل المقابل : ٩ ب حـ ء مربع تقاطع قطراه فى م
، س ، ص ∈ $\overline{٩ حـ}$ بحيث ٩ س = حـ ص
اثبت ان س ب ص ء معين

ء
٩
س
م
ص
حـ
ب

....

....

....

....

....

....

....

١١) اكمل الجدول التالى بوضع علامة ✓ امام كل خاصية للشكل :

الخواص	متوازى الأضلاع	المستطيل	المعين	المربع
كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول	✓	✓	✓	✓
كل ضلعين متقابلين متوازيان				
كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس				
القطران ينصف كل منهما الآخر				
القطران متساويان فى الطول				
القطران متعامدان				
الأضلاع متساوية فى الطول				
القطران ينصفان زاويتى الرأس المرسومة بينهما	×	×	✓	✓
الزوايا قائمة				

تمارين

١) قطرا المعين .... ، ....

٢) إذا كانت الزوايا الداخلة فى الشكل الرباعى متساوية فى القياس فإنه يكون .... أ، ....

٣) المربع هو .... أضلاعه ....

٤) فى متوازى الأضلاع إذا تساوى القطران فى الطول فإنه يكون ....

٥) المربع هو .... إحدى زواياه قائمة

٦) قطرا المستطيل .... ، ....

٧) فى المربع القطران .... ، .... ، .... ، ....

٨) متوازى الأضلاع الذى قطراه متعامدان ومتساويان فى الطول يسمى ....

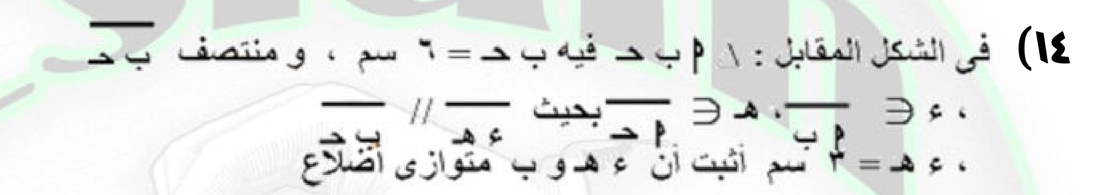
٩) قياس الزاوية المحصورة بين ضلع المربع وقطره = ...

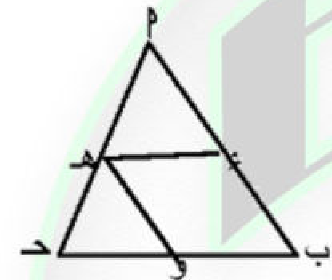
١٠) فى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء إذا كان ق(∠ أ) = ٧٠° فإن ق(∠ جـ) = ...°

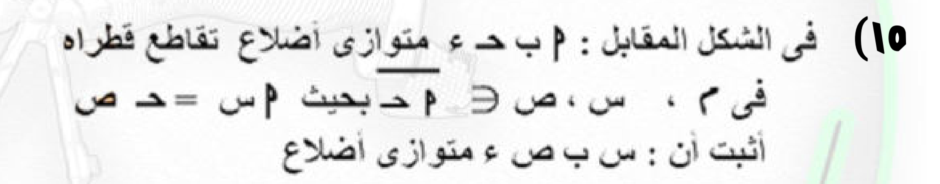
١١) فى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء إذا كان ق(∠ أ) = ٧٠° فإن ق(∠ ب) = ...°

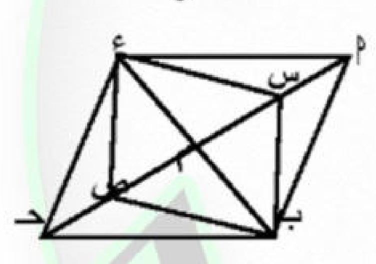
١٢) فى المعين أ ب جـ ء إذا كان ق(∠ أ جـ ب) = ٤٠° فإن ق(∠ ء) = ...°

١٣) القطران متساويان فى الطول فى .... ومتعامدان و غير متساويين فى الطول ....
ومتساويين فى الطول ومتعامدين فى...........

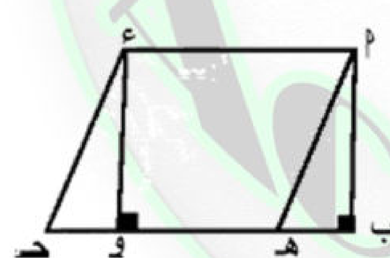

١٤) فى الشكل المقابل : ∆ أ ب جـ فيه ب جـ = ٦ سم ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$
، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ بحيث $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$
، ء هـ = ٣ سم أثبت أن ء هـ و ب متوازى أضلاع




١٥) فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه
فى م ، س ، ص ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ بحيث أ س = جـ ص
أثبت أن : س ب ص ء متوازى أضلاع



١٦) فى الشكل المقابل : أ هـ و ء مستطيل، هـ ب = جـ و
أثبت أن : أ ب جـ ء متوازى أضلاع



المثلث

نظرية (١) : مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوى ١٨٠ °

مثال:

١) مثلث أب جـ فيه : ق (∠أ) = ٥٠°، ق(∠ب) = ٦٠° اوجد ق (∠جـ)

....

....

٢) مثلث قياسات زواياه ٢ س ، ٣س ، ٤ س من الدرجات اوجد قيمة س

....

....

....

٣) Δأب حـ فيه : ق (∠ أ) = ٦٣° ، ق (∠ب) = ٤٥° أوجد ق (∠حـ)

....

....

✓ نتيجة (١) : قياس أى زاوية خارجة للمثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا قياس الزاوية المجاورة لها

فى الشكل المقابل : إذا ن : أب حـ مثلث ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$

فان : ق (∠أب ء) = ق (∠ أ) + ق (∠ حـ)

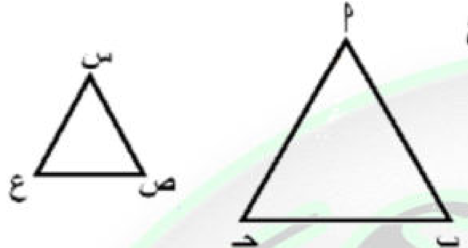
✓ **نتيجة (٢) : إذا ساوى قياسا زاويتين فى مثلث قياسا زاويتين فى مثلث آخر فإن قياس الزاوية الثالثة فى المثلث الأول قياس الزاوية الثالثة فى المثلث الآخر**


فى الشكل المقابل : إذا كان فى Δ أ ب حـ ، Δ س ص ع


ق (∠أ) = ق (∠س)

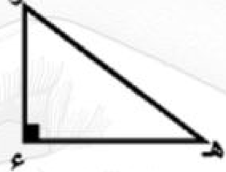
، ق (∠ب) = ق (∠ص)

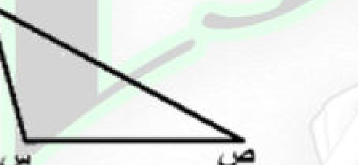
فإن : ق (∠حـ) = ق (∠ع)

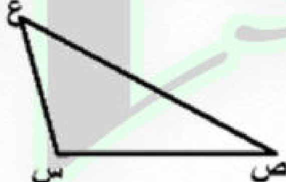


✓ **نتيجة (٣) : فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل**









المثلث منفرج الزاوية	المثلث قائم الزاوية	المثلث حاد الزوايا
ق (∠ص) حادة	ق (∠هـ) حادة	ق (∠أ) حادة
ق (∠ع) حادة	ق (∠و) حادة	ق (∠ب) حادة
ق (∠س) منفرجة	ق (∠ء) قائمة	ق (∠حـ) حادة

✓ **نتيجة (٤) : إذا ساوى قياس زاوية فى مثلث مجموع قياسى الزاويتين الأخريين كان المثلث قائم الزاوية**



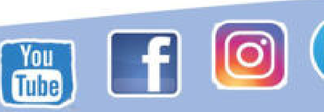
مثال:

٤) Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ب) = ٤٥° ، ق (∠ب) = ق (∠حـ) أوجد ق (∠أ)

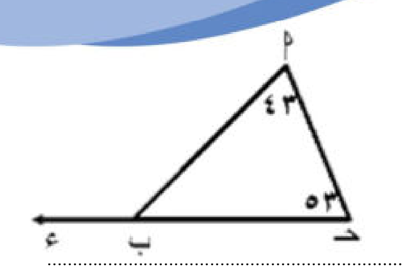
....

....

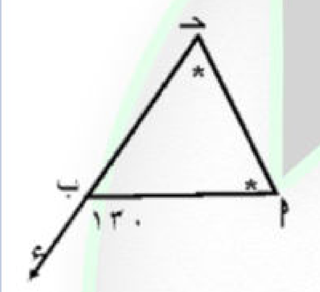
....



٥) في الشكل المقابل : ق (∠ أ) = ٤٣° ، ق (∠ حـ) = ٥٣° أوجد : ق (∠ أ ب ء)



٦) في الشكل المقابل : ق (∠ أ) = ق (∠ حـ) ، ق (∠ أ ب ء) = ١٣٠° أوجد : ق (∠ حـ)



٧) في الشكل المقابل : △ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ أ حـ ء)

برهن أن : ق (∠ حـ أ ء) = ق (∠ ب)

✓ **نظرية (٢):** الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى مثلث موازياً أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث

....

....

✓ **نتيجة:** القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث

....

....

✓ **نظرية (٣) :** القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع

....

....

٨) فى الشكل المقابل : س منتصف $\overline{\text{م ب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{م حـ}}$ ، س ص // ب حـ ، م حـ = ٦ سم اوجد طول م ص

....

....

....

....

....

٩) : فى الشكل المقابل : ء منتصف $\overline{\text{م ب}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$
، هـ و // م ب أثبت أن ء هـ و ب متوازى أضلاع

١٠) فى الشكل المقابل Δم ب حـ فيه م ب = ٨ سم، ب حـ = ٦ سم، م جـ = ١٠ سم
س ، ص ، ع منتصفات $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م حـ}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ أوجد محيط Δس ص ع

١١) فى الشكل المقابل إذا كانت س منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ ،
ع منتصف $\overline{ء جـ}$ أثبت أن $\overline{ص ع}$ // $\overline{أ ء}$ ثم أوجد طول $\overline{ص ع}$

ء ١٠ سم أ ع س ص جـ ب

....

....

....

١٢) فى الشكل المقابل: س ، ص ، ع منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ ، أ ب = ١٠ سم
، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٢ سم أوجد محيط Δ س ص ع

أ س ع ب ص جـ

....

....

....

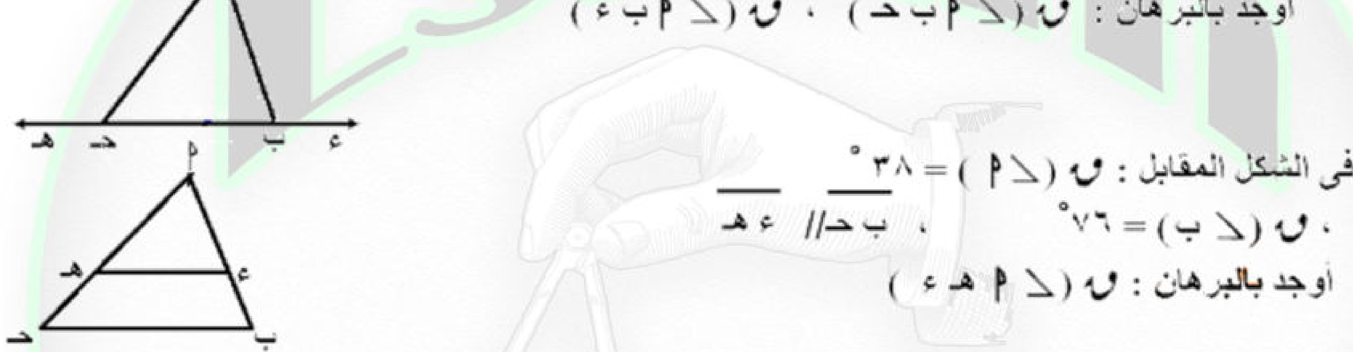
تمارين

١) △ أ ب جـ فيه : ق(∠ ب) = ٤٠° ، ق(∠ جـ) = ٦٠° أوجد ق(∠ أ)

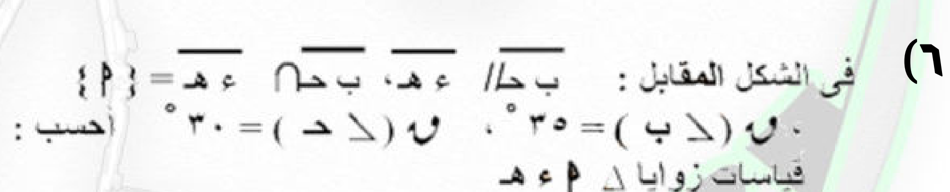
٢) △ أ ب جـ منفرج الزاوية فيه قياسا زاويتين متساويين فإذا كان : ق(∠ ب) = ١١٠°
أوجد ق(∠ أ)

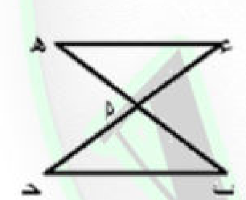
٣) △ أ ب جـ فيه : ق(∠ أ) = ٥٠° ، ق(∠ جـ) = ق(∠ ب) أوجد ق(∠ ب)

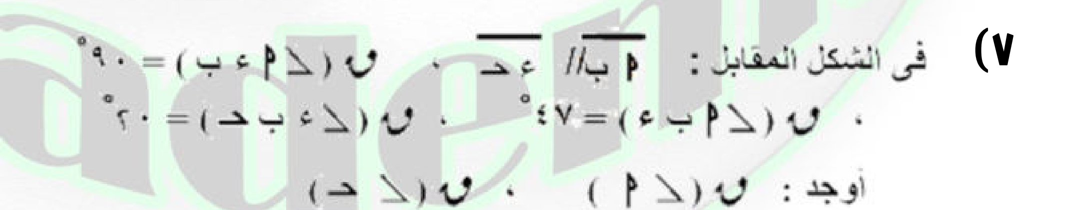
٤) فى الشكل المقابل : ق(∠ أ) = ٥٠° ، ق(∠ أ جـ هـ) = ١٣٠°
أوجد بالبرهان : ق(∠ أ ب جـ) ، ق(∠ أ ب ء)

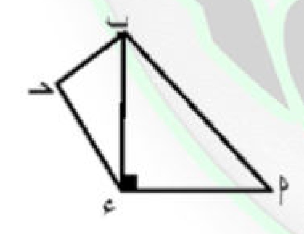


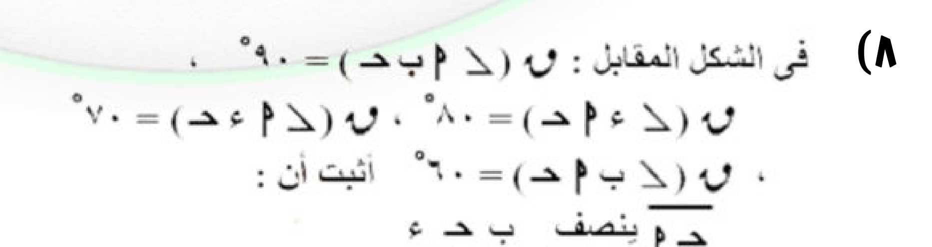
٥) فى الشكل المقابل : ق(∠ أ) = ٣٨°
، ق(∠ ب) = ٧٦° ، ب جـ // ء هـ
أوجد بالبرهان : ق(∠ أ هـ ء)

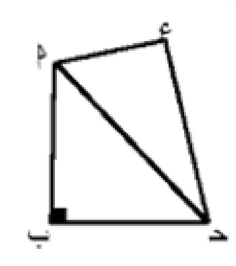

٦) فى الشكل المقابل : ب جـ // ء هـ ، ب جـ ∩ ء هـ = {أ}
، ق(∠ ب) = ٣٥° ، ق(∠ جـ) = ٣٠° احسب :
قياسات زوايا △ أ ء هـ

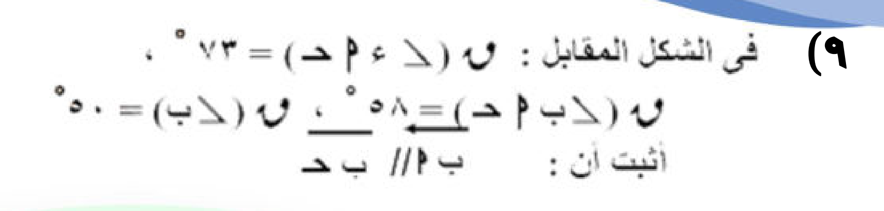



٧) فى الشكل المقابل : أ ب // ء جـ ، ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°
، ق(∠ أ ب ء) = ٤٧° ، ق(∠ ء ب جـ) = ٢٠°
أوجد : ق(∠ أ) ، ق(∠ جـ)

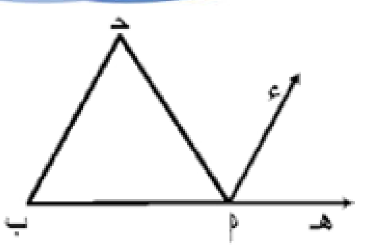


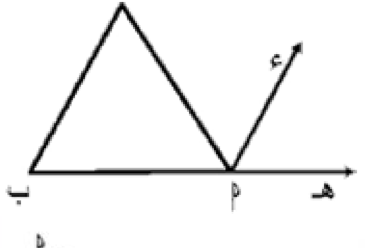

٨) فى الشكل المقابل : ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠° ،
ق(∠ ء أ جـ) = ٨٠° ، ق(∠ أ ء جـ) = ٧٠°
، ق(∠ ب أ جـ) = ٦٠° أثبت أن :
جـ أ ينصف ب جـ ء

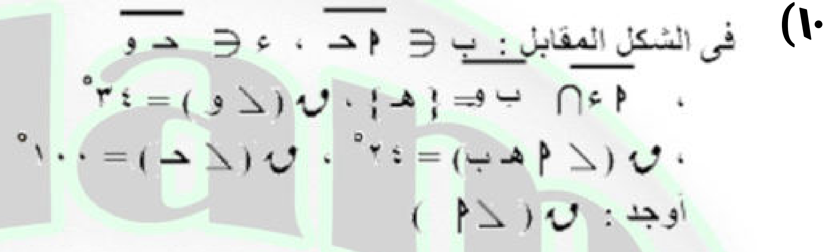




٩) في الشكل المقابل : ق (∠ ء أ حـ) = ٧٣° ،
ق (∠ ب أ حـ) = ٥٨° ، ق (∠ ب) = ٥٠°
أثبت أن : ب أ // ب حـ

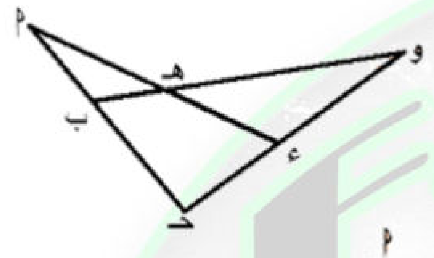




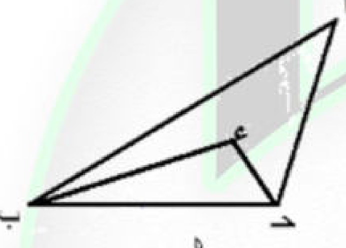


١٠) في الشكل المقابل : ب ∈ أ حـ ، ء ∈ حـ و
، أ ء ∩ ب و = {هـ} ، ق (∠ و) = ٣٤°
، ق (∠ أ هـ ب) = ٢٤° ، ق (∠ حـ) = ١٠٠°
أوجد : ق (∠ أ)

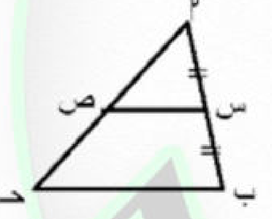
١١) في الشكل المقابل : ق (∠ أ) = ٣٠°
، ب ء ينصف ∠ أ ب حـ
، حـ ء ينصف ∠ أ حـ ب
أوجد : ق (∠ ء)



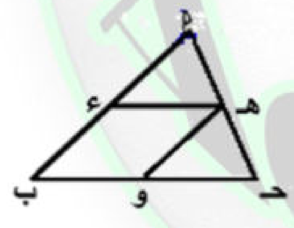
١٢) س منتصف أ ب ، ص ∈ أ حـ ، س ص // ب حـ
، أ ص = ٦سم أوجد طول أ حـ



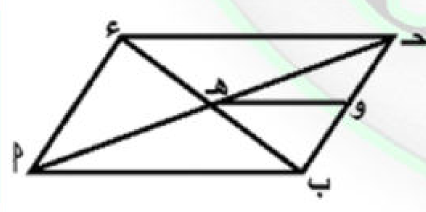
١٣) في الشكل المقابل : ء منتصف أ ب ، ء هـ // ب حـ
، هـ و // أ ب أثبت أن : ب و = و حـ

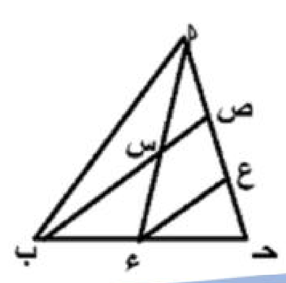


١٤) في الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع
قطراه فى هـ ، رسم هـ و // أ ب
أثبت أن : حـ و = و ب

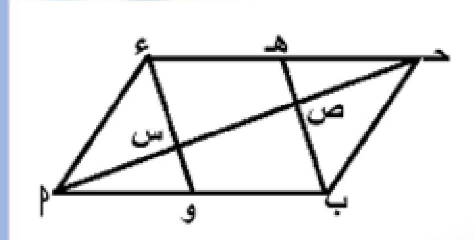


١٥) في الشكل المقابل : ء منتصف ب حـ ، س منتصف أ ء
، ء ع // ب ص ، أ حـ = ٦ سم
أوجد : طول أ ص

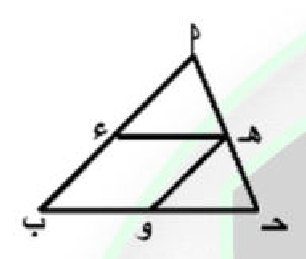




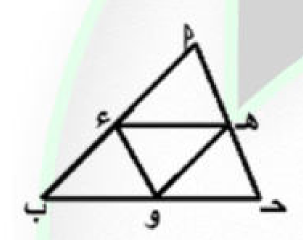
١٦) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء متوازى أضلاع
، و ، هـ منتصفى م ب ، ء حـ على الترتيب
أثبت أن : و ب هـ ء متوازى أضلاع
، إذا كان : م حـ = ٩ سم أوجد : طول س ص



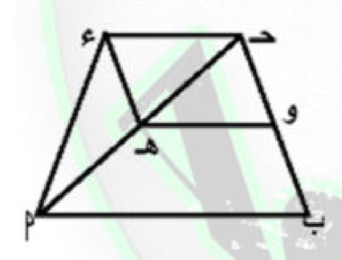
١٧) فى الشكل المقابل : △ م ب حـ فيه م ب = م حـ ،
ء ، هـ ، و منتصفات م ب ، م حـ ، ب حـ
على الترتيب أثبت أن : ء هـ و ب معين



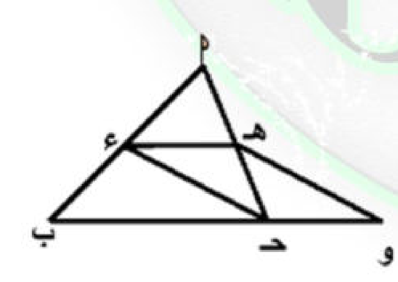
١٨) فى الشكل المقابل : △ م ب حـ فيه ء ، هـ ، و منتصفات م ب ،
م حـ ، ب حـ على الترتيب ، هـ و = ٤.٥ سم ،
و ء = ٥.٥ سم ، ء هـ = ٣ سم
أوجد : محيط △ م ب حـ



١٩) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء شبه منحرف فيه
م ب // ء حـ ، حـ ء = ½ م ب ، و ، هـ منتصفى
ب حـ ، م حـ على الترتيب أثبت أن :
و حـ ء هـ متوازى أضلاع

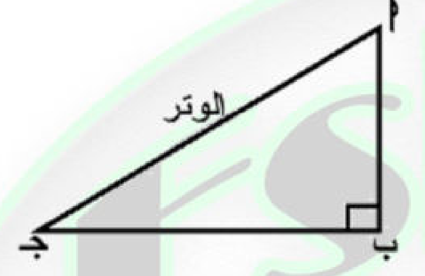


٢٠) فى الشكل المقابل : △ م ب حـ فيه
ء ، هـ منتصفى م ب ، م حـ على الترتيب ،
و ∈ ب حـ بحيث حـ و = ½ ب حـ أثبت أن :
حـ و هـ ء متوازى أضلاع



نظرية فيثاغورث

فى المثلث القائم الزاوية مساحة سطح المربع المنشا على الوتر يساوى مجموع مساحتى سطحى المربعين المنشأين على الضلعين الاخرين



(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 − (ب جـ)^2

(ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 − (أ ب)^2

مثال: فى كل شكل مما ياتى أوجد طول الضلع المجهول

١) أ ، ب ، جـ ، ٣ ، ٤

٢) أ ، هـ ، و ، ١٠ ، ٦

....

....

مثال:

٣) معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم أوجد محيطه

....

....

....

....

٤) أ ب جـ ء معين طول ضلعه = ١٠سم وطول قطره ب ء =١٢سم أوجد مساحته

....

....

....

....

٥) مستطيل مساحته ٦٠ سم^2 وطوله ١٢ سم أوجد طول قطره

....

....

....

....

٦) أ ب جـ ء شبه منحرف فيه أ ء // ب جـ ، ق (∠ ب جـ ء) = ٩٠° فإذا كان

أ ب = ١٥ سم ، ب جـ = ١٩ سم ، أ ء = ١٠ سم أوجد مساحته

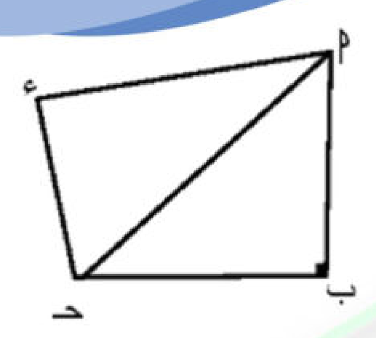
أ ء ب هـ جـ

....

....

....

....



٧) فى الشكل المقابل م ب حـ ء شكل رباعى فيه

ق (∠ب) = ٩٠° ، ق (∠ء) = ٩٠° ، م ب = ١٥سم ،

ب حـ = ٢٠ سم ، جـ ء = ٧ سم، أوجد طول م جـ ، م ء

ثم أوجد مساحة الشكل م ب حـ ء

....

....

....

....

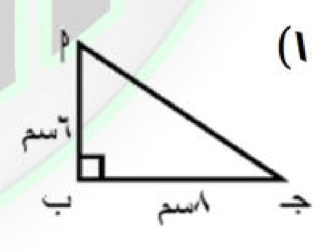
....

....

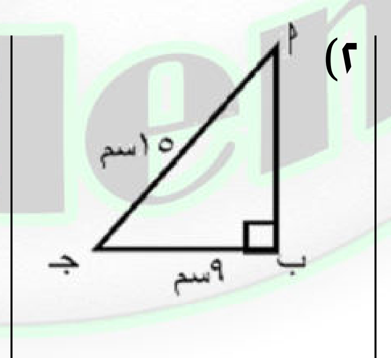
تمارين

أوجد طول الضلع المجهول فى كلا من المثلثات الاتية

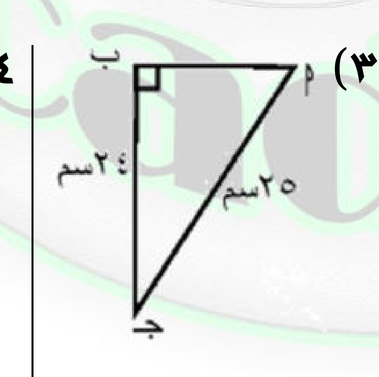
١)



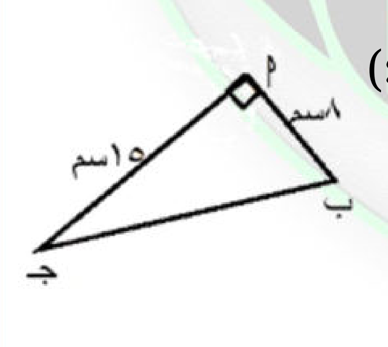
٢)



٣)



٤)



٥) ﻢ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٩سم ، أ جـ = ١٥ سم أحسب مساحة سطحه

٦) ﻢ ب جـ ء معين طولا قطريه = ٢٤ سم ، ١٠ سم أوجد محيطه

٧) ﻢ ب جـ ء معين محيطه = ٤٠ سم طول أحد قطريه = ١٢ سم أوجد طول قطره الاخر ثم أوجد مساحته

٨) مستطيل مساحته = ٤٨ سم^{٢} طوله = ٨سم أوجد محيطه .

٩) ﻢ جـ ء مستطيل فيه ﻢ ب = ٨سم ، ﻢ جـ = ١٧ سم أوجد مساحته

١٠) ﻢ ب جـ ء شبه منحرف فيه ﻢ ء // ب جـ ، ﻢ ب = ﻢ ء = جـ ء = ١٠ ، ب جـ = ٢٢سم أوجد مساحته

١١) ﻢ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ﻢ ب = ﻢ جـ = ١٣ سم ، ب جـ = ١٠سم أوجد مساحة سطحه .

١٢) ﻢ ب جـ ء معين طول ضلعه ٢٥ سم ، طول أحد قطريه = ٤٨ سم أوجد مساحة سطحه .

١٣) فى الشكل المقابل

ق (∠ ء) = ٩٠ ، ﻢ جـ = ١٣سم

ب جـ = ٤سم ، جـ ء = ٥ سم

(١) أوجد طول ﻢ ء ، ﻢ ب

(٢) أوجد مساحة Δﻢ ب جـ



١٤) فى الشكل المقابل

ﻢ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{ﻢ ء}$ // $\overline{ب جـ}$

أوجد مساحته

١٥) فى الشكل المقابل ﻢ ب جـ ء شكل رباعى فيه

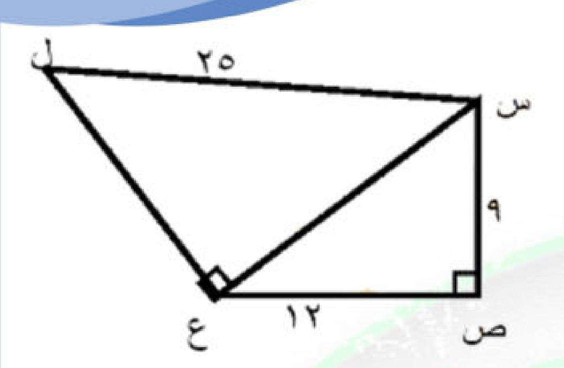
ق(ب) = ق (∠ ء) = ٩٠ ، ﻢ ب = ٧ سم ،

ﻢ ء = ١٥سم ، جـ ء = ٢٠سم أوجد

(١) طول ﻢ جـ ، ب جـ

(٢) مساحة الشكل الرباعى ﻢ ب جـ ء

١٦) في الشكل المقابل



س ص ع ل شكل رباعي فيه

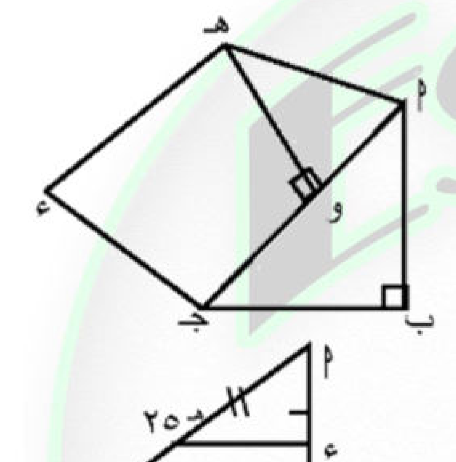
ق (∠ص) = ق (∠س ع ل) = ٩٠°

س ص = ٩ سم ، ص ع = ١٢سم

س ل = ٢٥ أوجد

(١) طول ع ل (٢) مساحة الشكل س ص ع ل

١٧) في الشكل المقابل



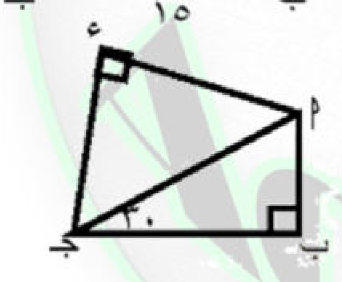
أ ب = ٣ سم، ب جـ = ٤سم ق (∠ب) = ٩٠

، هـ و = ٣.٦ هـ ء = ٤سم ، $\overline{هـ ء}$ // $\overline{أ جـ}$

(١) أوجد مساحة شبه المنحرف : أ جـ ء هـ

(٢) أوجد مساحة الشكل: أ ب جـ ء هـ

١٨) في الشكل المقابل

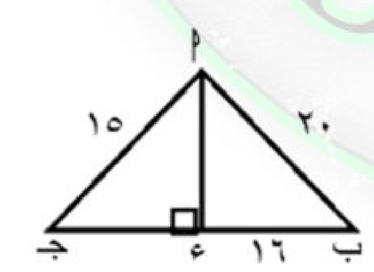


ق (∠أ ب جـ) = ٩٠° ، ء ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$

على الترتيب ب جـ = ١٥سم ، أ جـ = ٢٥

أوجد مساحة شبه المنحرف: ء ب جـ هـ

١٩) في الشكل المقابل



ق(∠أ ب جـ) = ق (∠أ ء جـ) = ٩٠

أ ب = ١٠سم ، جـ ء = ١٢سم أوجد طول $\overline{أ ء}$

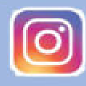
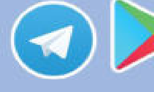
٢٠) في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

أ ب = ٢٠سم ، ب جـ = ١٦سم

أ جـ = ١٥سم أوجد طول ء جـ

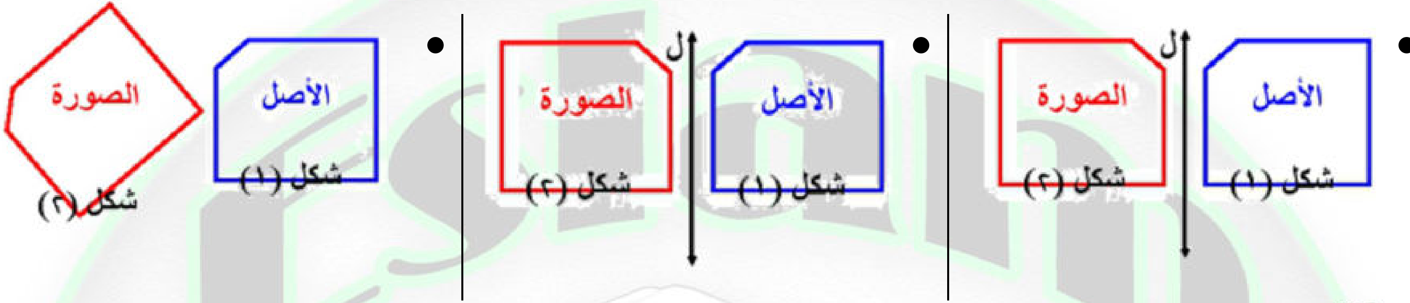
ومساحة Δأب جـ


التحويلات الهندسية

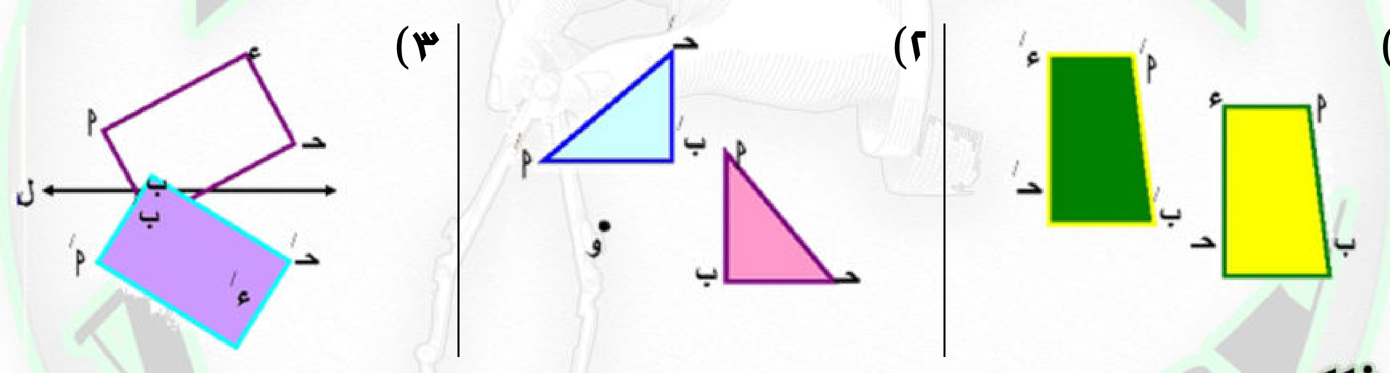
التحويلة الهندسية :

تحول كل نقطة فى المستوى م إلى نقطة م/ فى نفس المستوى التحويلات الهندسية متعددة و من أمثلتها :



مثال: صف نوع التحويلة الهندسية " إنعكاس – إنتقال – دوران " فى كل شكل مما يأتى :

١) ٢) ٣)



مثال:

٤) إرسم صورة Δ م ب حـ حسب التحويلة : (س ، ص) ← (– س ، ص)



....

....

....

....

....

٥) إرسم صورة Δ ء هـ و حسب التحويلة : (س ، ص) ← (س ، – ص)

....

....

....

....

....

٦) إرسم صورة Δ ء هـ و حسب التحويلة : (س ، ص) ← (– ص ، س)

....

....

....

....

....

٧) إرسم صورة Δ ء هـ و حسب التحويلة : (س ، ص) ← (س + ١ ، ص – ١)

....

....

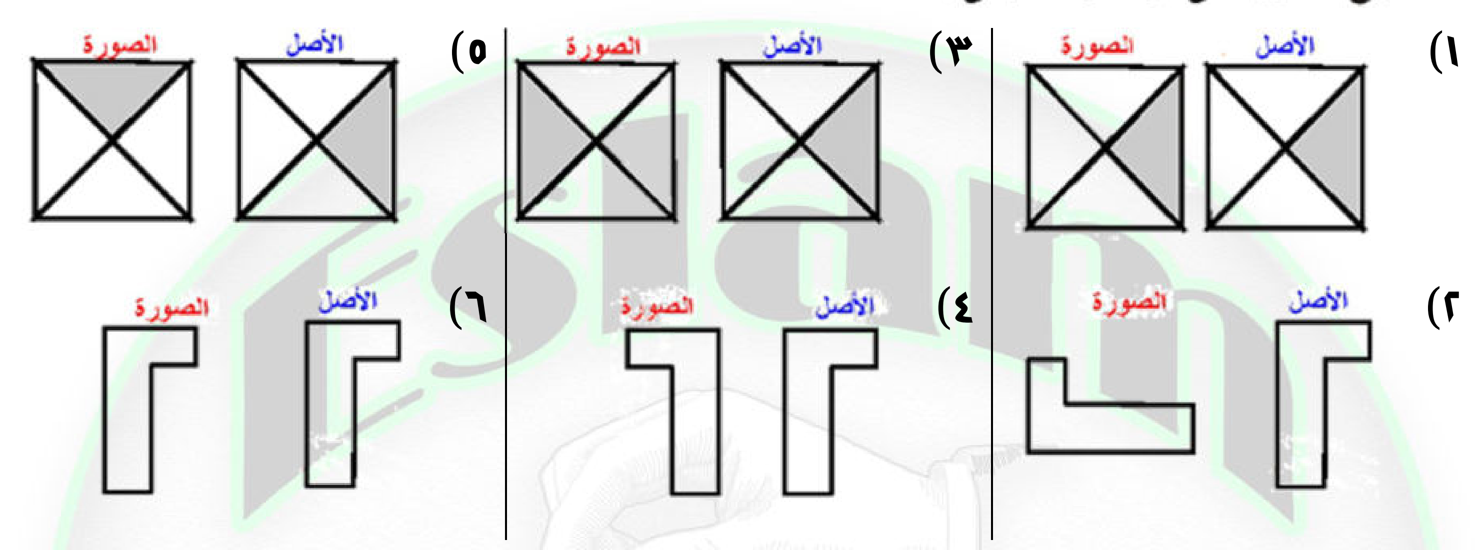
....

....

....

تمارين

صف نوع التحويلة فى كل شكل مما يأتى :



٧) فى مستوى إحداثى متعامد إرسم Δ ٢ ب حـ الذى فيه ٢ = (١ ، ٠) ، ب = (٢ ، ٣) ، حـ = (٤ ، ٢) ثم إرسم صورته فى كل من الحالات الآتية واصفاً نوع التحويلة الهندسية فى كل حالة :

أ. (س ، ص) ← (– س ، ص)

ب. (س ، ص) ← (س ، ص – ٣)

ت. (س ، ص) ← (– س ، ص)

ث. (س ، ص) ← (س ، – ص)

الانعكاس

الإنعكاس هو تحويلة هندسية تحول الشكل الهندسى إلى شكل هندسى آخر مطابق له

الإنعكاس فى المستوى الإحداثى :

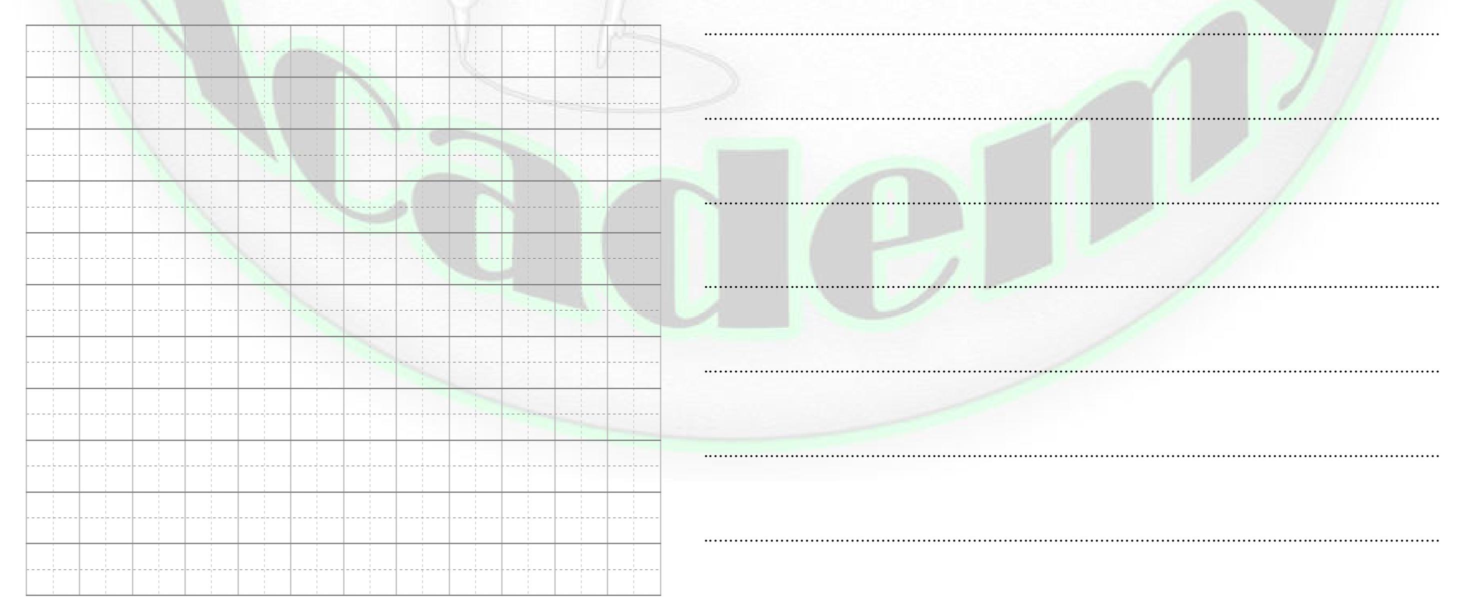
- إذا كانت ﺃ = (س ، ص) فإن صورتها بالإنعكاس فى محور السينات هى : ﺃ/ = (س ، − ص)
- إذا كانت ﺃ = (س ، ص) فإن صورتها بالإنعكاس فى محور الصادات هى : ﺃ/ = (− س ، ص)
- صورة النقطة (س ، ص) بالانعكاس فى نقطة الاصل هى (ـ س ، ـ ص)

مثال:

١) فى مستوى إحداثى متعامد إرسم المستطيل ﺃ ب حـ ء حيث
ﺃ = (٤ ، ٣) ، ب = (٤ ، ١) ، حـ = (١ ، ٣) ، ء = (١ ، ١) ثم أوجد :

أ. صورة المستطيل ﺃ ب حـ ء بالإنعكاس فى محور السينات

ب. صورة المستطيل ﺃ ب حـ ء بالإنعكاس فى محور الصادات



خواص الإنعكاس فى المستوى :

- الإنعكاس يحافظ على أطوال القطع المستقيمة
- الإنعكاس يحافظ على التوازى
- الإنعكاس يحافظ على قياسات الزوايا
- الإنعكاس يحافظ على البينية

مثال:

٢) فى الشكل المقابل أوجد صورة $\overline{\text{أ ب}}$ بالإنعكاس فى نقطة م

خواص الإنعكاس فى نقطة :

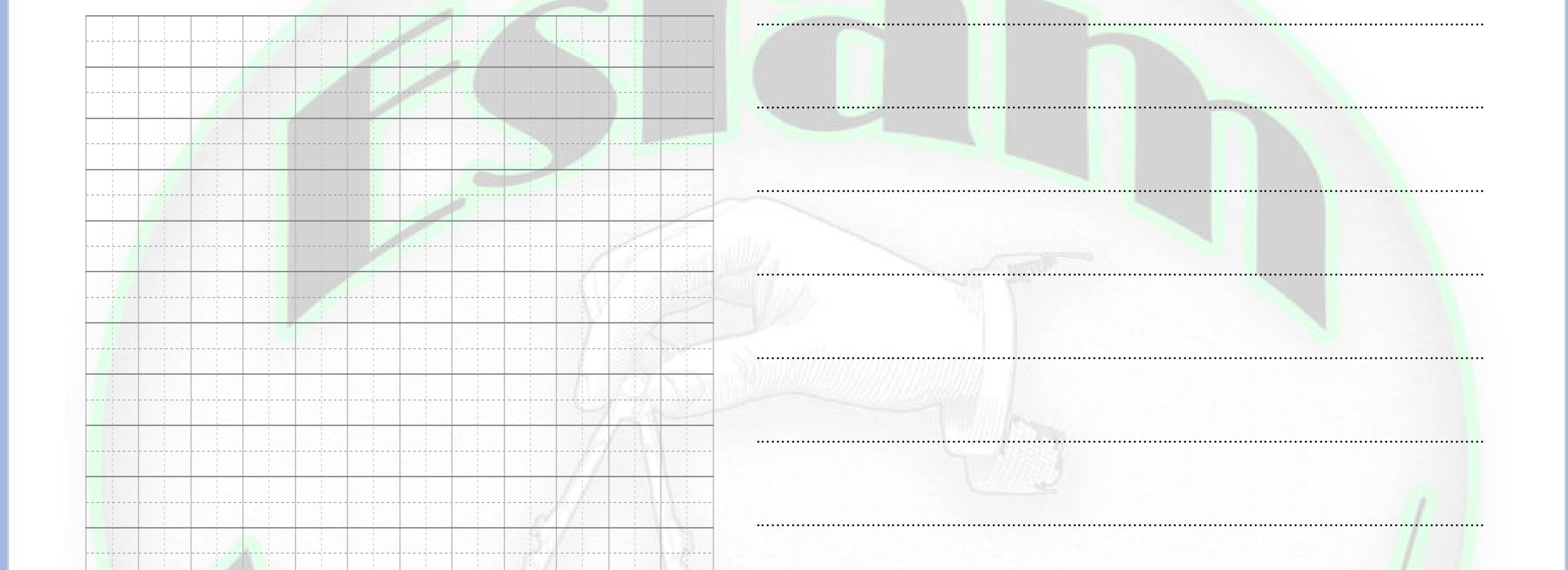
- الإنعكاس فى نقطة يحافظ على أطوال القطع المستقيمة والبعد بين النقط
- الإنعكاس فى نقطة يحافظ على قياسات الزوايا
- الإنعكاس فى نقطة يحافظ على التوازى
- الإنعكاس فى نقطة يحافظ على الإتجاه الدورانى لترتيب رؤوس الشكل

٣) ﻡ ب جـ مثلث فيه ﻡ = (٥ ، ٤) ، ب = (٣ ، ١) ، جـ = (١ ، ١)

أ. صورة Δ ﻡ ب جـ بالانعكاس فى محور السينات

ب. صورة Δ ﻡ ب جـ بالانعكاس فى محور الصادات

ت. صورة Δ ﻡ ب جـ بالانعكاس فى نقطة الاصل



....

....

....

....

....

....

....

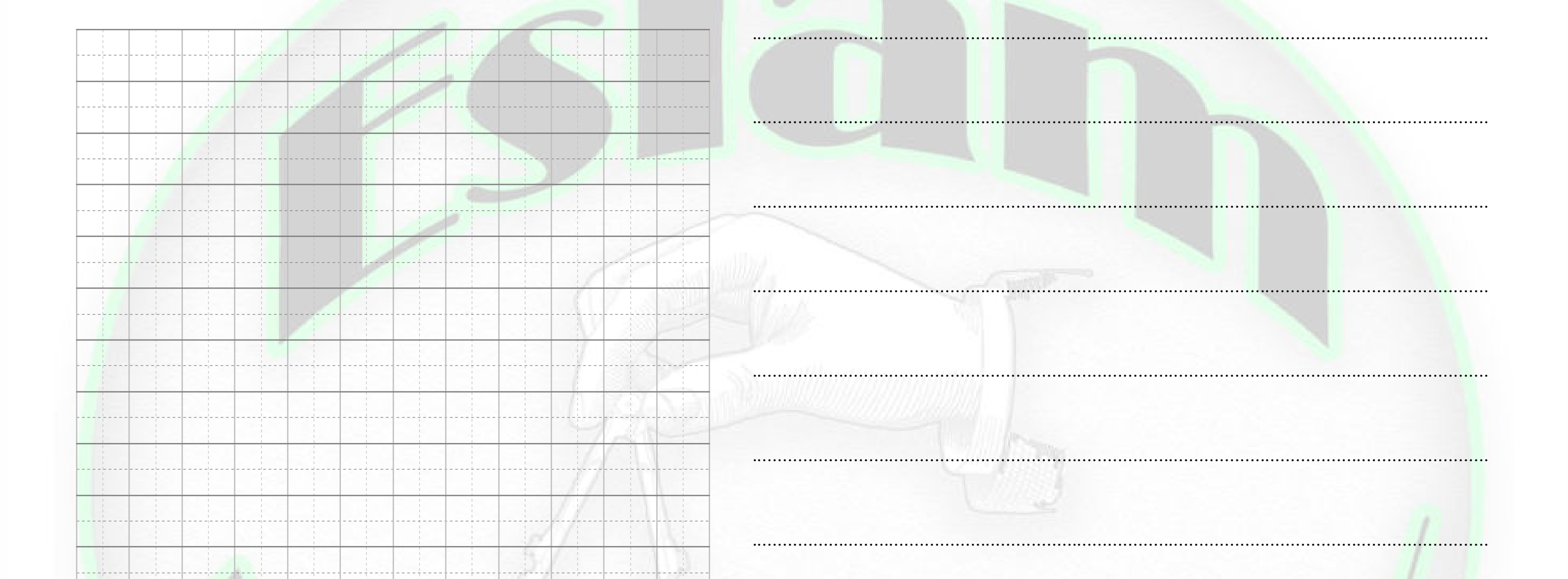


٤) إذا كانت م = (٣ ، ٥) ، ب = (٢ ، ٥) ، جـ = (٢ ، ٠) أوجد

أ. صورة Δ م ب جـ بالانعكاس فى محور السينات

ب. صورة Δ م ب جـ بالانعكاس فى محور الصادات

ت. صورة Δ م ب جـ بالانعكاس فى نقطة الاصل



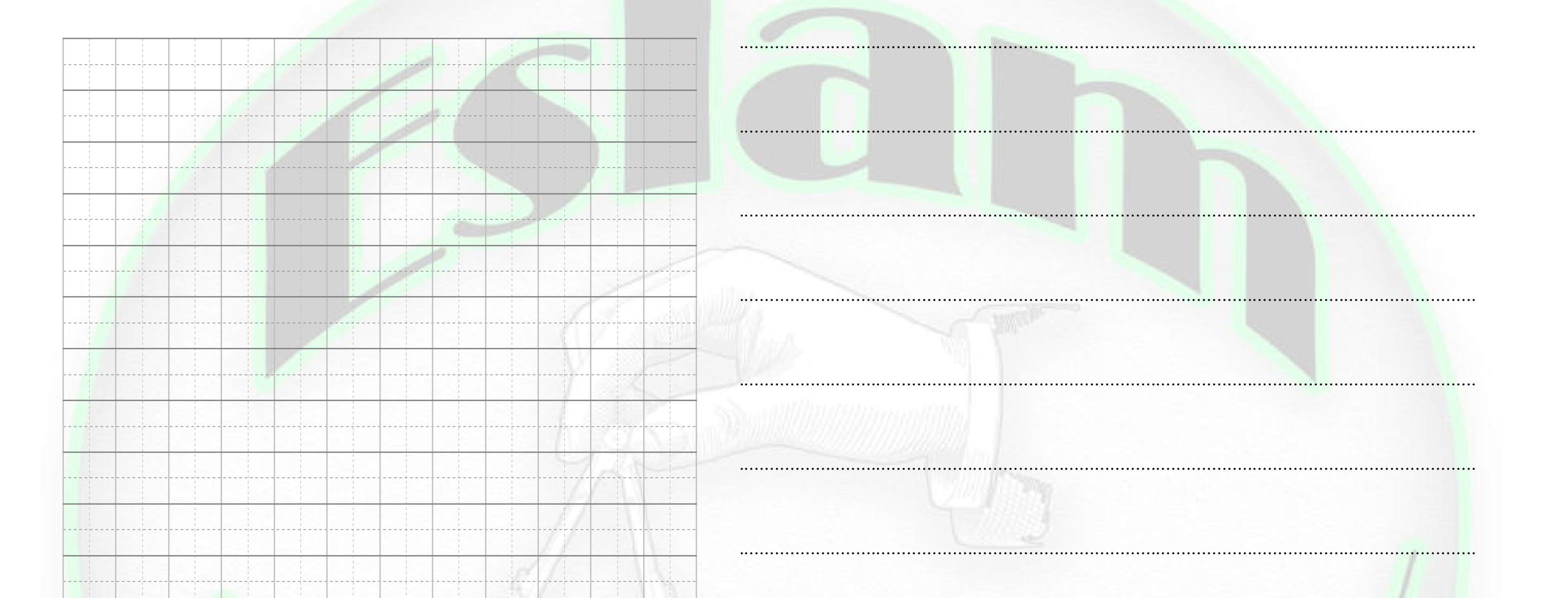


٥) مثل على شبكة تربيعية متوازى الاضلاع أ ب جـ ء حيث

أ = (٥ ، ٤) ، ب= (٤ ، ١) ، جـ = (١ ، ١) ، ء = (٢ ، ٤) ثم أوجد

أ. صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس فى محور السينات

ب. صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس فى محور الصادات





مثال: أكمل الجدول الآتى

٦)

النقطة	بالانعكاس فى محور السينات	بالانعكاس فى محور الصادات	بالانعكاس فى نقطة الاصل
(٣ ، ٤)			
	(٥ ، ٧)		
		(٤ ، ٢)	
			(٦ ، ٣)
(-٤ ، ١)			
	(-٣ ، ٧)		
		(-٢ ، ٩)	
			(-٤ ، ٦)
(٢ ، -٥)			
	(٣ ، -٥)		
		(٥ ، -٨)	
			(٤ ، -٨)
(-٦ ، -٩)			
	(-٧ ، -٥)		

الانتقال

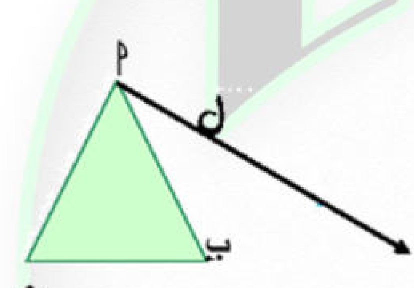
الإنتقال هو تحويل هندسى يحول (يزيح) كل نقطة م فى المستوى إلى نقطة م/ فى نفس المستوى مسافة ثابتة فى إتجاه معين

لتحديد الإنتقال يلزم معرفة

- إتجاه الإنتقال
- مسافة الإنتقال

مثال:

١) فى الشكل المقابل ∆ م ب حـ مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ٣ سم
أوجد صورته بإنتقال ٥ سم فى إتجاه ل مسافة ٥ سم

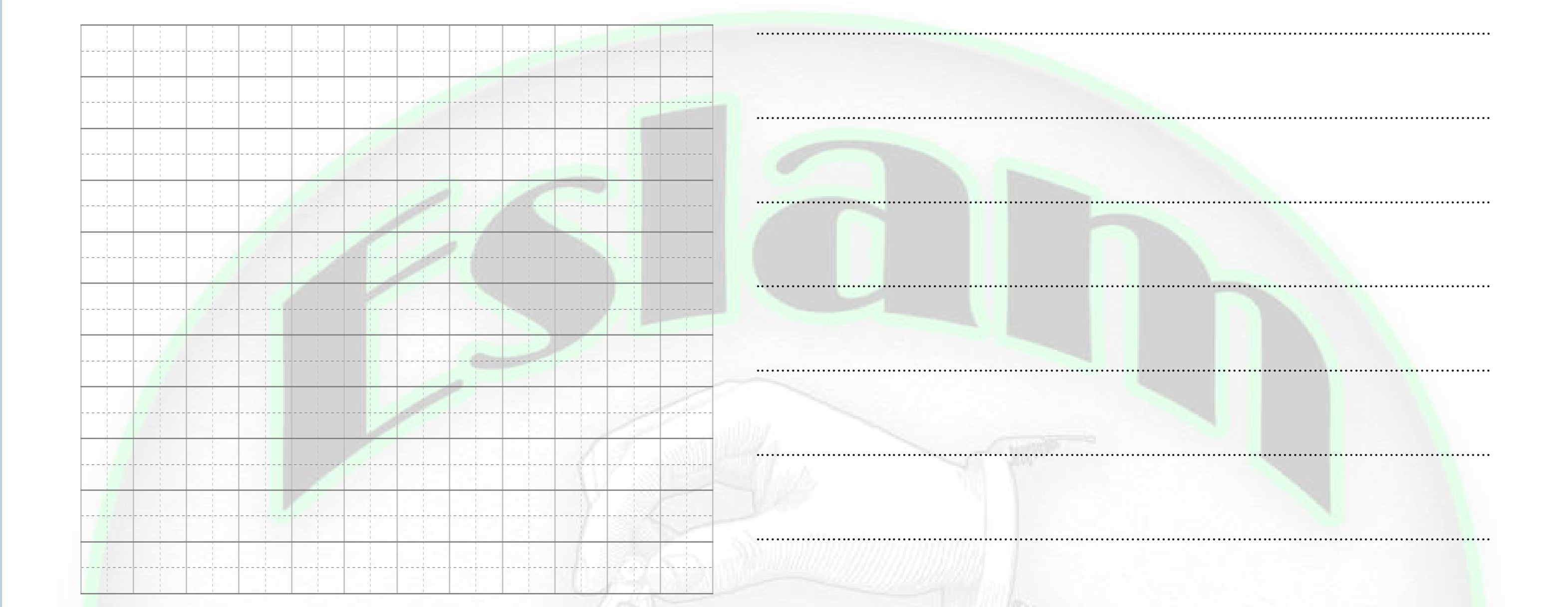


خواص الإنتقال فى المستوى:

- الإنتقال يحافظ على أطوال القطع المستقيمة والبعد بين النقط
- الإنتقال يحافظ على قياسات الزوايا
- الإنتقال يحافظ على التوازى
- الإنتقال يحافظ على الترتيب الدوارنى لرؤوس الشكل الهندسى

٢) أوجد صورة كلا من النقط الاتية بأنتقال (ـ٢ ، ٣)

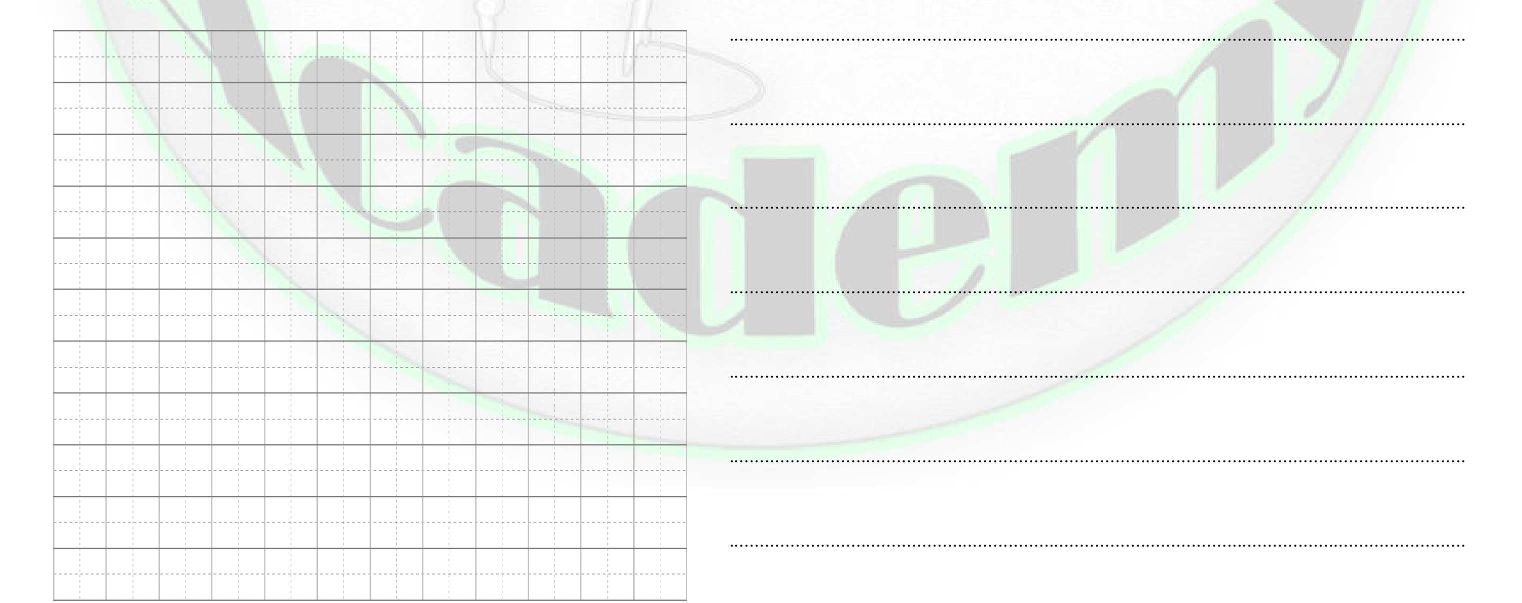
أ. ٢ = (٣ ، ـ١) ب. ب = (٤ ، ٢) ت. جـ = (-١ ، ١)



....
....
....
....
....
....
....

٣) بأستخدام الأنتقال الذى يحول النقطة (س ، ص) إلى (س+١ ، ص ـ ٢) أوجد

أ. صورة النقطة (٣ ، ٤) ب. النقطة التى صورتها (٣ ، ٤)



....
....
....
....
....
....
....

٤) إذا كانت ٲ = (ـ ١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٥) أوجد صورة النقطة (٢ ، ٥) بالانتقال الذى مقدار أ ب وفى أتجاه أ ب

....

....

....

....

....

٥) إرسم المربع ٲ ب حـ ء حيث ٲ = (٢ ، ٥) ، ب = (٥ ، ٣) ، حـ = (١ ، ١) ثم أوجد : صورة المربع ٲ ب حـ ء بالإنتقال (س ، ص) ← (س – ٣ ، ص – ٥)

....

....

....

....

....

....

....

٦)

النقطة	الانتقال	الصورة
(٢ ، ٣)	(٣ ، ٥)	....
....	(٢ ، ٤)	(-١ ، ٣)
(٣ ، ٥)	....	(٢ ، ٣)
(٢ ، ٤)	(٠ ، ٥)	....
....	(٢ ، ١)	(-١ ، -٤)

الدوران

الدوران فى المستوى هو تحويلة هندسية تدور الشكل حول نقطة بزاوية معينة

الدوران حول النقطة م بزاوية قياسها هـ يحول كل نقطة ﺃ فى المستوى
إلى نقطة ﺃ/ فى نفس المستوى بحيث :

(١) ق (∠ﺃ م ﺃ/) = هـ   (٢) م ﺃ/ = م ﺃ

و يرمز له بالرمز د (م ، هـ) حيث :

(١) م مركز الدوران   (٢) هـ قياس زاوية الدوران   (٣) إتجاه الدوران

ملحوظة

- الدوران يتحدد تماماً عند تحديد مركز الدوران ، قياس زاويته ، إتجاه الدوران
- قياس زاوية الدوران يكون موجباً إذا كان الدوران ضد إتجاه عقارب الساعة ، ويكون سالباً إذا كان الدوران مع إتجاه عقارب الساعة

صورة النقطة (س ، ص)

- بالدوران حول نقطة الاصل بزاوية قياسها ٩٠° ← (– ص ، س)   (– ٢٧٠°) يكافئ دوران بزاوية قياسها ٩٠°
- بالدوران حول نقطة الاصل بزاوية قياسها ١٨٠° ← (– س ، – ص)   (– ١٨٠°) يكافئ دوران بزاوية قياسها ١٨٠°
- بالدوران حول نقطة الاصل بزاوية قياسها ٢٧٠° ← (ص ، – س)   (– ٩٠°) يكافئ دوران بزاوية ٢٧٠°
- بالدوران حول نقطة الاصل بزاوية قياسها ٣٦٠° ← (س ، ص)

✓ الدوران بزاوية ١٨٠° يسمى دوران نصف دورة

✓ الدوران بزاوية ٣٦٠° يسمى دوران دورة كاملة ويسمى أيضاً الدوران المحايد

مثال:

١) أوجد صورة $\overline{أ ب}$ بالدوران حول م بزاوية قياسها ٦٠°

خواص الدوران فى المستوى :

- ✓ الدوران يحافظ على أطوال القطع المستقيمة
- ✓ الدوران يحافظ على قياسات الزوايا
- ✓ الدوران يحافظ على التوازى
- ✓ الدوران يحافظ على البينية
- ✓ الدوران يحافظ على الترتيب الدوارنى لرؤوس الشكل الهندسى

٢) أ ب حـ ء هـ و سداسى منتظم مركزه م أكمل ما يأتى :

أ. صورة Δ ب م حـ بالدوران حول م بزاوية قياسها ٦٠° هى ....

ب. صورة Δ م حـ ء بالدوران حول م بزاوية قياسها ١٢٠° هى ....

ت. Δ م هـ ء صورة Δ .... بالدوران حول م بزاوية قياسها – ١٢٠°

ث. الدوران الذى يحول Δ م أ ب إلى Δ م هـ و هو ....

٣) إذا كانت أ = (٥ ، ٤) ، ب = (٤ ، ١) ، جـ = (١ ، ١) أوجد

أ. صورة Δ أ ب جـ بالدوران حول و بزاوية ٩٠° ب. صورة Δ أ ب جـ بالدوران حول و بزاوية ١٨٠°

٤) إذا كانت أ = (٥ ، ٤) ، ب = (٥ ، ٢) ، جـ = (١ ، ٢) أوجد

أ. صورة Δ أ ب جـ بالدوران حول و بزاوية ٩٠° ب. صورة Δ أ ب جـ بالدوران حول و بزاوية ٢٧٠°

٥) إذا كانت م = (٥ ، ٣) ، ب = (٥ ، ١) ، جـ = (١ ، ١) ، ء = (١ ، ٣) أوجد

أ. صورة ▭ م ب جـ بالدوران حول و بزاوية ـ ٩٠°

ب. صورة ▭ م ب جـ بالدوران حول و بزاوية ١٨٠°

....

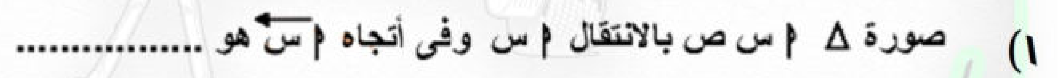
....

....

....

تمارين

في الشكل المقابل أكمل :


١) صورة Δ م س ص بالانتقال م س وفى أتجاه م س هو ....


٢) صورة Δ م س ص بالانتقال م ص وفى أتجاه م ص هو ....

٣) صورة Δ س ب ع بالانتقال ب ع وفى أتجاه ب ع هو Δ.........

٤) صورة Δ ص ع جـ بالانتقال جـ ع وفى أتجاه جـ ع هو Δ........

٥) صورة Δ س ب ع بالانتقال ب س وفى أتجاه ب س هو Δ..........

٦) صورة Δ ص ع جـ بالانتقال جـ ص وفى أتجاه جـ ص هو Δ..........

٧) صورة Δ م س ص بالدوران حول س بزاوية قياسها ٦٠° هو Δ..........

٨) صورة Δ م س ص بالدوران حول س بزاوية قياسها ١٢٠° هو Δ.........

٩) صورة Δ م س ص بالدوران حول ص بزاوية قياسها ـ ٦٠° هو Δ..........

١٠) صورة Δ م س ص بالدوران حول س بزاوية قياسها ـ ١٢٠° هو Δ ....

١١) صورة Δ س ب ع بالدوران حول س بزاوية قياسها ٦٠° هو Δ..............

١٢) صورة Δ س ب ع بالدوران حول س بزاوية قياسها ١٢٠° هوΔ ....

١٣) صورة Δ ص ع جـ بالدوران حول ص بزاوية قياسها ـ ٦٠° هوΔ..............

١٤) صورة Δ ص ع جـ بالدوران حول س بزاوية قياسها ـ ١٢٠° هو Δ..........

١٥)

النقطة	بالدوران ٩٠	بالدوران ١٨٠	بالدوران ٢٧٠	بالدوران ٣٦٠
(٢ ، ٣)	....	....	....	....
....	(٣ ، ٤)	....	....	....
....	....	(٥ ، ٢)	....	....
....	....	....	(٤ ، ٦)	....
....	....	....	....	(٥ ، ٧)
(-٢ ، ٥)	....	....	....	....
....	(-٣ ، ٤)	....	....	....
....	....	(-١ ، ٣)	....	....
....	....	....	(-٥ ، ٢)	....
....	....	....	....	(-٤ ، ٢)
(٢ ، -٤)	....	....	....	....
....	(٣ ، -٢)	....	....	....